République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
et de la Réforme du Système Educatif
Direction des Examens et des Concours

BACCALAUREAT 2022
Session Normale
Epreuve de MATHEMATIQUES

Séries :
Sciences Naturelles & TSGE
Coefficient : 6& 4
Durée : 4h

Exercice 1 : (3 points)

Le tableau ci-contre, représente la répartition de 1000 élèves bacheliers selon le genre et la spécialité. On choisit un élève au hasard et on considère les événements suivants : G « l'élève choisi est un garçon » et S « l'élève choisi est scientifique »

	Scientifiques	Littéraires	Total
Garçons	340	240	580
Filles	260	160	420
Total	600	400	1000

Pour chacune des questions suivantes, une et une seule des réponses proposées est correcte.

N°	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La probabilité $P(G)$ est	$0,24$	$0,34$	$0,58$	0,5pt
2	La probabilité $P(\overline{S})$ est	$0,3$	$0,4$	$0,6$	0,5pt
3	La probabilité $P_G(S)$ est	$\frac{17}{29}$	$\frac{21}{29}$	$\frac{23}{29}$	0,5pt
4	La probabilité $P(G \cup S)$ est	$0,82$	$0,84$	$0,85$	0,5pt

Les statistiques précédentes sont tirées d'un fichier enregistré sur un ordinateur.
Soit T la variable aléatoire égale à la durée d'attente pour télécharger ce fichier, exprimée en seconde. On suppose que T suit une loi exponentielle de paramètre $0,1$.

5	La probabilité $P(T \leq 30)$ est	e^{-3}	$1-10e^{-0,3}$	$1-e^{-3}$	0,5pt
6	La probabilité $P_{T>10}(T \geq 30)$ est	e^{-2}	$1-10e^{-0,2}$	$1-e^{-2}$	0,5pt

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée

Question n°	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Réponse						

Exercice 2 : (4 points)

On considère le polynôme P défini pour tout nombre complexe z par :
$P(z) = z^3 - (2+2i)z^2 - (2-8i)z + 8 + 4i$.

1° a) Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe $(4-2i)^2$ — 0,25pt

b) Calculer $P(2i)$ et déterminer les complexes a et b tels que $\forall z \in \mathbb{C}$, $P(z) = (z-2i)(z^2 + az + b)$ — 0,5pt

c) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$. — 0,5pt

2° Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

a) Placer les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = -1+i$, $z_B = 2i$ et $z_C = 3-i$. — 0,75pt

b) Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme. — 0,25pt

c) Ecrire sous forme exponentielle les affixes des nombres z_A et z_B. — 0,5pt

d) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre $\frac{z_C - 2i}{z_A - 2i}$, et en déduire la nature de ABC — 0,5pt

3° a) Déterminer et construire l'ensemble E des points M, d'affixe z, tel que $|z-3+i| = |z+1-i|$ — 0,5pt

b) Déterminer l'ensemble F des points M, d'affixe z, tel que $\arg(z-3+i) - \arg(z+1-i) = \frac{\pi}{2}[\pi]$ — 0,25pt

Exercice 3 : (3 points)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} = u_n + e^{-n}$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3. **0.75pt**

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note $v_n = u_{n+1} - u_n$ et soit $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_{n-1}$

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme. **0.75pt**

b) Exprimer v_n en fonction de n. **0.5pt**

c) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $S_n = u_n$. **0.5pt**

d) En déduire l'expression de u_n en fonction de n et calculer sa limite. **0.5pt**

Exercice 4 : (4 points)

I. 1° Déterminer la solution générale de l'équation différentielle (E) $y'' + 2y' + y = 0$. **0,25pt**

2° Déterminer la solution h de l'équation (E) qui vérifie $h(0) = -1$ et $h(-1) = 0$. **0,25pt**

II. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -(x+1)e^{-x} - 1$. On note Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et vérifier que $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$. Interpréter graphiquement. **0,75pt**

b) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = -1$ est une asymptote horizontale à Γ et étudier leur position relative. **0, 5pt**

2° a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = xe^{-x}$ puis en déduire son signe sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

b) Dresser le tableau de variation de f. **0,5pt**

3° a) Montrer que la courbe Γ coupe (Ox) en un unique point d'abscisse α avec $-1{,}3 < \alpha < -1{,}2$ **0,5pt**

b) Montrer que la courbe Γ admet un point d'inflexion A et préciser ses coordonnées. **0,25pt**

c) Construire (Δ), Γ dans le repère précédent. **0,5pt**

Exercice 5 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x^2(2\ln x - 1) + 1$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1°a) Montrer que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = 1$ puis interpréter le résultat. **0,75pt**

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, puis interpréter graphiquement ce résultat. **1,25pt**

2° a) Montrer que $f'(x) = 4x\ln x$. **1pt**

b) Dresser le tableau de variation de f. **0,5pt**

3° Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I = [1,+\infty[$.

a) Montrer que g est une bijection de I sur un intervalle J à déterminer. **0,5pt**

b) Dresser le tableau de variation de g^{-1}. **0,5pt**

4° Construire (C) et (C') dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, ((C') étant la courbe de g^{-1}). **0,5pt**

5° a) Utiliser une intégration par parties pour calculer l'intégrale $K = \int_1^e x^2 \ln x\,dx$. **0,5pt**

b) En déduire l'aire A du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$. **0,5pt**

Fin.

République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale et de la Réforme du Système Educatif
Direction des Examens et des Concours

BACCALAUREAT 2021
Session Normale
Epreuve de MATHEMATIQUES

Série : Sciences de la Nature
Coefficient : 6
Durée : 4h

Exercice 1 : (3 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{2}{9}u_n$.

Soient $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{3}u_n$ et $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$.

Pour chacune des six questions suivantes, une seule des réponses proposées est correcte.

N°	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La valeur de u_3 est	$\frac{17}{9}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{14}{9}$	0,5 pt
2	La suite (u_n) est	Croissante	Décroissante	Non monotone	0,5 pt
3	La suite (v_n) est	Arithmétique	Géométrique	Ni arithmétique, ni géométrique	0,5 pt
4	Le terme général de (v_n) est	$2\times\left(\frac{2}{3}\right)^n$	$2+\frac{2n}{3}$	$2-\left(\frac{2}{3}\right)^n$	0,5 pt
5	La valeur de S_n est	$6-4\times\left(\frac{2}{3}\right)^n$	$\frac{(n+1)(n+6)}{3}$	$2n-1+2\left(\frac{2}{3}\right)^n$	0,5 pt
6	La suite (v_n)	Converge vers 0	Converge vers 1	Diverge	0,5 pt

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 : (5 points)

Pour tout nombre complexe z, on pose : $P(z) = z^3 - (1+4i)z^2 - 3z - 1 - 8i$.

1° a) Calculer $P(-i)$. 0,5p

b) Déterminer les complexes a et b tels que $\forall z \in \mathbb{C}$: $P(z) = (z+i)(z^2 + az + b)$. 0,5p

c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$. 0.5p

2° Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = -i$; $z_B = -1 + 2i$ et $z_C = 2 + 3i$.

a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Déterminer la nature du triangle ABC. 0.75

b) Placer le point D d'affixe $z_D = 3$ et préciser la nature du quadrilatère ABCD. 0,5p

3° Pour tout nombre complexe $z \neq 2+3i$, on pose $f(z) = \frac{z+i}{z-2-3i}$

a) Déterminer et construire l'ensemble Γ_1 des points M d'affixe z tels que $|f(z)| = 1$ 0,5

b) Déterminer et construire l'ensemble Γ_2 des points M d'affixe z tels que $\arg[f(z)] = \frac{\pi}{2}[\pi]$ 0,5

c) Justifier que les ensembles Γ_1 et Γ_2 passent par les points B et D. 0,25

4° Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on pose $z_n = (z_B - i)^n$. Soit M_n le point d'affixe z_n et $d_n = |z_n|$

a) Déterminer les valeurs de n pour lesquelles M_n appartient à l'axe des abscisses. 0,25

b) Montrer que (d_n) est une suite géométrique et en déduire que $OM_n = (\sqrt{2})^n$ 0,5

c) Exprimer en fonction de n la valeur de la somme $L_n = OM_1 + OM_2 + ... + OM_n$, où $n \in \mathbb{N}^*$. 0,25

Exercice 3 : (5,5 points)

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=1+(x+2)e^{-x}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, d'unité graphique 1cm.

1° a) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ puis calculer et interpréter graphiquement $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$.

b) Justifier que $f(x)=1+\dfrac{x}{e^{x}}+\dfrac{2}{e^{x}}$ puis calculer interpréter graphiquement $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2° Calculer $f'(x)$, où f' est la fonction dérivée de f. Dresser le tableau de variation de f.

3° Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α. Justifier que $-2,2<\alpha<-2$

4° a) Montrer que I(0;3) est un point d'inflexion pour la courbe (C). Ecrire une équation de la tangente T à (C) en ce point.

b) Construire la courbe (C) et sa tangente T dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

5° Soit S l'aire, en cm^2, de la partie du plan fermée par la courbe (C) et les axes de coordonnées.

a) Montrer que $S=\int_{\alpha}^{0} f(x)dx$.

au dessus

b) Vérifier que $\forall x\in\mathbb{R}$, $f(x)=1+h'(x)$, où $h(x)=-(x+3)e^{-x}$. En déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

c) Justifier que $e^{-\alpha}=\dfrac{-1}{\alpha+2}$ et en déduire que $S=\dfrac{-(\alpha+3)^2}{\alpha+2}$.

Exercice 4 : (6,5 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I=]0,+\infty[$ par $f(x)=x-2+2\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)$, et soit Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° On considère la fonction g définie sur I par $g(x)=x^2+2-2\ln x$

$\frac{1}{x}\times \ln x$

a) Calculer $g'(x)$ pour tout $x\in I$ et étudier son signe sur cet intervalle.

b) Calculer g(1), puis en déduire que g est positive sur I. 0,5

2° a) Montrer que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. Interpréter graphiquement. 0,5

b) Montrer que la droite Δ d'équation $y=x-2$ est asymptote à Γ et étudier leur position relative. 0,75

3° a) Montrer que $\forall x>0$, $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ (g étant la fonction définie en 1°). 0,5

b) En déduire le signe de f' puis dresser le tableau de variation de la fonction f. 0,5

c) Montrer que la courbe Γ coupe l'axe des abscisses en un seul point A d'abscisse β. Vérifier que $1,47<\beta<1,48$ 0,5

4° a) Déterminer une équation de la tangente T à Γ au point d'abscisse e. 0,5

b) Construire la courbe Γ, l'asymptote Δ ainsi que la tangente T dans le même repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ 0,5

c) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $(m+2)x=2\ln x$. 0,5

5° a) Montrer que f réalise une bijection de I dans un intervalle J à déterminer. 0,5

b) Vérifier que $f^{-1}(-1)=1$ et calculer $\left(f^{-1}\right)'(-1)$, où f^{-1} est la réciproque de f. 0,5

c) Construire la courbe (Γ') de f^{-1} dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. 0,5

0,26

0,26 $\quad -2\times\frac{1}{x} = -2\ln x$ Fin. $\frac{1}{x^2}$ 0,25

$\frac{a}{x} = \frac{-1}{\ldots}$

BACCALAUREAT 2020
Session Normale
Epreuve : MATHEMATIQUES

Série : Sciences de la Nature
Coefficient : 6
Durée : 4h

Exercice 1 : (3 points)

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel non nul n par : $u_n = \frac{n}{2n^2+n}$ et $v_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$. Pour tout entier naturel $n \geq 1$ on donne $x_n = \frac{1}{u_n}$ et $y_n = \ln(v_n)$.

Pour chacune des six questions suivantes, une seule des réponses proposées est correcte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La valeur de x_5 est	6	11	16	(0.5 pt)
2	La limite de la suite (u_n) est	0	$\frac{1}{2}$	1	(0.5 pt)
3	La suite (v_n) est une suite	Croissante	Décroissante	Non monotone	(0.5 pt)
4	La suite (x_n) est une suite	Arithmétique	Géométrique	Convergente	(0.5 pt)
5	Le terme général de la suite (y_n) est	$y_n = \frac{1}{3}\ln n$	$y_n = -n\ln 3$	$y_n = n\ln 3$	(0.5 pt)
6	La somme $v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ est égale à	$\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$	$\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n}\right)$	$\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right)$	(0.5 pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 : (6 points)

1° Pour tout complexe z on pose : $P(z) = z^3 - (7+7i)z^2 + (-2+30i)z + 32 - 16i$

a) Calculer $P(2i)$ — 0.5pt

b) Déterminer les nombres complexes a et b tels que pour tout z, on a : $P(z) = (z-2i)(z^2+az+b)$ — 0.5pt

c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $P(z) = 0$ — 0.5pt

2° Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 3+i$, $z_B = 2i$ et $z_C = 4+4i$.

a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$ — 1pt

b) Déterminer la nature du triangle ABC — 0.5pt

c) Déterminer l'affixe z_D du point D tel que ABDC soit un parallélogramme. Placer D. — 0.5pt

3° Pour tout nombre complexe $z \neq 3+i$; on pose : $f(z) = \frac{z-2i}{z-4-4i}$.

a) Vérifier que $f(z_D) = -i$ et interpréter graphiquement. — 0.5pt

b) Déterminer et construire l'ensemble Γ_1 des points M du plan d'affixe z tels que $|f(z)| = 1$ — 0.5pt

c) Déterminer et construire l'ensemble Γ_2 des points M du plan d'affixe z tels que $|f(z)-1| = \sqrt{2}$ — 0.5pt

4° On pose $z_0 = f(6)$ et pour tout entier naturel n on note $z_n = z_0^n$

a) Ecrire z_0 sous forme algébrique, puis vérifier que $z_0 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$. — 0.5pt

b) Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n telle que $|z_n| \geq 2020$. 0.25pt

c) Vérifier que le point d'affixe z_{2020} appartient à l'axe des abscisses. 0.25pt

Exercice 3 : (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - 2 + e^{-x}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1° a) Justifier que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} (f(x) - (x-2)) = 0$ 0.5 pt

b) En déduire que la droite (Δ) d'équation $y = x - 2$ est asymptote à la courbe (C) puis étudier leur position relative. 0.75 pt

2° a) Montre que $f(x) = \dfrac{xe^x - 2e^x + 1}{e^x}$ et que $\dfrac{f(x)}{x} = 1 - \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{xe^x}$ 0.5 pt

b) En déduire que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ et que $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$. Interpréter graphiquement 0.75 pt

3° Justifier que $f'(x) = 1 - e^{-x}$ et dresser le tableau de variation de f. 0.5 pt

4° a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions α et β avec $\beta < \alpha$ puis vérifier que $1,8 < \alpha < 1,9$. 0.5 pt

b) Justifier que $f'(\alpha) = \alpha - 1$ 0.25 pt

5° Construire la courbe (C) et son asymptote (Δ) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. 0.25 pt

Exercice 4 : (7 points)

Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = x - x\ln x & \forall x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

et soit (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1°a) Calculer $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ et en déduire que f est continue en 0^+. 0.75pt

b) Calculer $\lim_{x \to 0^+} \dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ et interpréter graphiquement. 0.5pt

c) Montrer que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ et que $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$ puis interpréter graphiquement. 1 pt

2° Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f. 1 pt

3° a) Déterminer les points d'intersection de la courbe (Γ) avec l'axe des abscisses. 1pt

b) Donner une équation de la tangente (T) à (Γ) au point d'abscisse e. 0.5pt

4° Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I = [1, +\infty[$.

a) Montrer que g est une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera. 0.5pt

b) Montrer que $(g^{-1})'(0) = -1$ où g^{-1} est la réciproque de g. 0.5pt

c) Construire (T), (Γ) et (Γ') dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, (Γ') étant la courbe représentative de g^{-1}. 0.5pt

d) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $2x - x\ln x = m$ 0.25pt

5° a) Utiliser une intégration par parties pour calculer l'intégrale $A = \int_1^e x\ln x\,dx$. 0.25pt

b) En déduire l'aire du domaine plan délimité par la courbe (Γ), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. 0.25pt

Fin

République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale, de la Formation Technique et de la Reforme
Direction des Examens et des Concours

BACCALAUREAT 2020
Session Complémentaire
Epreuve : MATHEMATIQUES

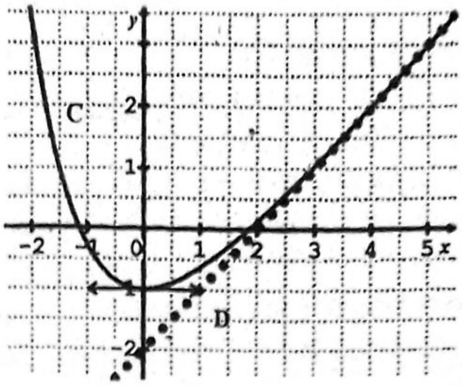
Série : Sciences de la Nature
Coefficient : 6
Durée : 4h

Exercice 1 : (3 points)

La figure ci-contre représente la courbe (C) d'une fonction f, dans un repère orthonormé, et son asymptote D d'équation $y = x - 2$.

(C) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction (Oy).

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule est correcte



N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	Sur $[0,+\infty[$, la fonction f est	croissante	décroissante	non monotone	0.5pt
2	$f(0) =$	1,8	-1	-2	0.5pt
3	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) =$	$-\infty$	0	$+\infty$	0.5pt
4	$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} =$	0	1	$+\infty$	0.5pt
5	L'équation $f(x) - x + 3 = 0$ admet	0 solution	1 solution	2 solutions	0.5pt
6	Une équation de la tangente à (C) au point d'abscisse 0 est	$y = x - 1$	$y = 0$	$y = -1$	0.5pt

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée

Question n°	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Réponse						

Exercice 2 (6 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1° a) Calculer $(2+3i)^2$. — 0.5 pt

b) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 - (4-i)z + 5 - 5i = 0$. — 1 pt

2° On pose : $P(z) = z^3 - (4+2i)z^2 + (8+7i)z - 15 - 15i$, où z est un nombre complexe.

a) Calculer $P(3i)$ et déterminer les complexes a et b tels que pour tout z de $\mathbb{C}$:
$P(z) = (z-3i)(z^2 + az + b)$. — 0.5 pt

b) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$. — 0.5 pt

3° Soient A, B, et C les points d'affixes respectives $3i$, $3+i$ et $1-2i$.

a) Placer les points A, B, et C et déterminer la nature du triangle ABC. — 1.25 pt

b) Calculer l'affixe du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme. Placer le point D. — 0.5 pt

c) Vérifier que le point I d'affixe $z_I = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ est le centre du parallélogramme ABCD. — 0.5 pt

4° Soit $\alpha = 2z_I = 1 + i$. Pour tout entier naturel n, on pose $z_n = \alpha^n$ et $V_n = |z_n|$.

a) Ecrire α sous forme exponentielle. — 0.25 pt

b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme. — 0.5 pt

c) Déterminer le plus petit entier naturel p vérifiant $V_p \geq 2020$ et vérifier que z_p est imaginaire pur. — 0.5 pt

Exercice 3 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -3x + 2 + e^{x}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(-3x+2)\right)$. Interpréter graphiquement. 0,75 pt

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement 0,5 pt

2° a) Calculer la dérivée $f'(x)$. 0,5 pt

b) Calculer $f'(\ln 3)$ et en déduire le signe de $f'(x)$ 0,25 pt

c) Dresser le tableau de variation de f 0.25 pt

3° On considère les suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = 6n-2$ et $v_n = e^{2n}$

a) Exprimer $f(2n)$ en fonction de u_n et v_n pour $n\in\mathbb{N}$ 0.25 pt

b) Montrer que (u_n) est une suite arithmétique puis calculer sa limite 0,5 pt

c) Déterminer la nature de (v_n) et étudier sa monotonie 0,5 pt

d) Calculer la somme $S = f(0)+f(2)+f(4)+\ldots+f(2020)$ 0,5 pt

Exercice 4 (7 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $]0,2[\cup]2,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{\ln x}{(x-2)^2}$, et on note (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1° Soit $g(x) = x-2-2x\ln x$.

a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. 0.5 pt

b) Calculer $g'(x)$ et vérifier que $g'\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)=0$. 0.75 pt

c) Montrer que $g\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)=\dfrac{2}{\sqrt{e}}-2$ et dresser le tableau de variation de g. 0.5 pt

d) En déduire le signe de $g(x)$. 0.25 pt

2° a) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition D_f . 1 pt

b) Justifier que la courbe (Γ) admet trois asymptotes que l'on déterminera. 0.75 pt

3° a) Calculer la dérivée f' de f et vérifier que $\forall x\in D_f,\ f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(x-2)^3}$ 0.5 pt

b) Vérifier que f' est positive sur $]0,2[$ et négative sur $]2,+\infty[$ puis dresser le tableau de variation de f 0.5 pt

4° a) Ecrire l'équation réduite de la tangente T à (Γ) au point A d'abscisse 1. 0.5 pt

b) Tracer la courbe (Γ), la tangente T et les asymptotes. 0.5 pt

5° Soit S l'aire, en unité d'aire, du domaine délimité par la courbe (Γ), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=3$ et $x=4$.

a) Vérifier que $S=\int_3^4 f(x)dx$ 0.25 pt

b) En remarquant que $\forall x\in D_f,\ f(x)=\dfrac{1}{(x-2)^2}\ln x$ et en utilisant une intégration par parties, montrer que $S=\left[\dfrac{-\ln x}{x-2}\right]_3^4+\int_3^4\dfrac{1}{x(x-2)}dx$ 0.25 pt

c) Montrer que $\forall x\in D_f,\ \dfrac{1}{x(x-2)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x}\right)$ puis vérifier que $\int_3^4\dfrac{1}{x(x-2)}dx=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{3}{2}$ 0.5 pt

d) En déduire la valeur de S. 0.25 pt

Fin.

République Islamique de Mauritanie Ministère de l'Education Nationale et de la Formation Professionnelle Direction des Examens et des Concours	BACCALAUREAT 2019 Session Normale Epreuve de MATHEMATIQUES	Série : Sciences de la Nature Coefficient : 6 Durée : 4h

Exercice 1 (3 points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_n = 3^n + n - 1$. On pose $v_n = u_{n+1} - u_n$ et $w_n = \ln\left(\frac{-1+v_n}{2}\right)$.

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule est correcte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La suite (u_n) est :	arithmétique	géométrique	ni arithmétique, ni géométrique	0.5 pt
2	La suite (u_n) est	convergente	divergente	bornée	0.5 pt
3	Si $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$, alors la valeur de S_n est	$\frac{3^{n+1}-1}{2}+\frac{(n+1)(n-2)}{2}$	$\frac{1-3^{n+1}}{-2}+\frac{(n+1)(n-1)}{2}$	$\frac{1-3^{n+1}}{2}+\frac{(n+1)(n-2)}{2}$	0.5 pt
4	Le terme général de la suite (v_n) est :	$v_n = 2\times 3^n + 1$	$v_n = 2\times 3^n + 2n + 1$	$v_n = 3^n + 1$	0.5 pt
5	Le plus petit entier naturel n tel que $v_n \geq 2019$ est :	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$	0.5 pt
6	Si $T_n = w_0 + w_1 + ... + w_n$, alors la valeur de T_n est	$\frac{(n+1)^2}{2}\ln 3$	$\ln\left(\frac{3^{n+1}-1}{2}\right)$	$\frac{n^2+n}{2}\ln 3$	0.5 pt

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (5 points)

1° a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $-3+4i$ — 0.5 pt

b) En déduire les solutions, dans $\mathbb{C}$, de l'équation $z^2 + (3-6i)z - 6 - 10i = 0$. — 0.5 pt

2° Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -2+2i$; $z_B = i$ et $z_C = -1+4i$.

a) Placer les points A, B et C. — 0.5 pt

b) Déterminer la nature du triangle ABC. — 0.5 pt

c) Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC soit un parallélogramme. — 0.25 pt

3° Pour tout nombre complexe $z \neq i$; on pose : $f(z) = \frac{z+1-4i}{z-i}$.

a) Déterminer et construire l'ensemble Γ_1 des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$. — 0.75 pt

b) Déterminer et construire l'ensemble Γ_2 des points M d'affixe z tel que $f(z)$ soit imaginaire pur. — 0.75 pt

c) Déterminer et construire l'ensemble Γ_3 des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)-1| = \sqrt{2}$. — 0.75 pt

4° On pose, pour tout entier $n \geq 1$; $z_n = (z_A)^n$.

a) Ecrire z_n sous forme trigonométrique. — 0.25 pt

b) Déterminer la longueur du segment OM_{2019}, où M_{2019} est le point d'affixe z_{2019}. — 0.25 pt

Exercice 3 (6 points)

A. 1° Déterminer la solution générale de l'équation différentielle (E) : $y'' - 4y' + 4y = 0$. — 0.5 pt

2° Soit h la solution de (E) qui vérifie $h(0) = -1$ et $h'(0) = -1$. Montrer que $h(x) = (x-1)e^{2x}$. — 0.5 pt

B. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = h(x) + 2x - 2 = (x-1)(2+e^{2x})$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Montrer que $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement. 1 pt

b) Montrer que la droite D d'équation $y = 2x - 2$ est asymptote à (C) et étudier leurs positions relatives. 0.75 pt

2° a) Montrer que $f'(x) = 2 + (2x-1)e^{2x}$ et en déduire l'expression de $f''(x)$. (f' et f'' étant respectivement la dérivée première et la dérivée seconde de f). 0.5 pt

b) Montrer que le point $A(0;-3)$ est un point d'inflexion pour la courbe (C). 0.5 pt

c) Etudier les variations de f' et en déduire qu'elle est strictement positive sur $\mathbb{R}$. 0.5 pt

d) Dresser le tableau de variation de f. 0.5 pt

3° a) Déterminer le point B de (C) où la tangente T est parallèle à la droite D. Ecrire une équation de T. 0.5 pt 0.5 pt

b) Tracer D ,T et (C) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. 0.5 pt

c) Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solutions de l'équation $x - 1 = me^{-2x}$. 0.25 pt

__Exercice 4__ : (6 points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = (x-1)(1-\ln x)$ et Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $g(x) = \frac{1}{x} - \ln x$.

a) Calculer $\lim_{x\to0^+} g(x)$, $\lim_{x\to+\infty} g(x)$. 0.5 pt

b) Calculer la dérivée $g'(x)$ puis dresser le tableau de variation de g. 0.5 pt

c) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet sur $]0;+\infty[$ une unique solution α telle que $1,7 < \alpha < 1,8$. 0.5 pt

d) En déduire le signe de $g(x)$ sur $]0;+\infty[$. 0.25 pt

2° a) Calculer $\lim_{x\to0^+} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement. 1 pt

b) Montrer que pour tout $x > 0$, $f'(x) = g(x)$, où f' est la dérivée de f. 0.5 pt

c) Dresser le tableau de variation de f. 0.5 pt

3°a) Montrer que $f(\alpha) = \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$ où α est le réel trouvé dans la question 1°c). 0.25 pt

b) Déterminer les points d'intersection de la courbe Γ avec l'axe (Ox). 0.25 pt

4° Soit h la restriction de f sur l'intervalle $I = [\alpha;+\infty[$.

a) Montrer que h réalise une bijection de l'intervalle I sur l'intervalle $J =]-\infty; f(\alpha)]$. 0.25pt

b) Calculer $(h^{-1})'(0)$. 0.25 pt

c) Construire Γ et Γ' dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ où Γ' est la courbe de h^{-1}. 0.5 pt

5° a) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $\int_1^e (x-1)\ln x\,dx = \frac{e^2-3}{4}$. 0.25pt

b) En déduire l'aire du domaine plan délimité par la courbe Γ, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$ 0.5 pt

Fin

République Islamique de Mauritanie Ministère de l'Education Nationale et de la Formation Professionnelle Direction des Examens et des Concours	BACCALAUREAT 2019 Session Normale Epreuve : MATHEMATIQUES	Série : Sciences de la Nature Coefficient : 6 Durée : 4h

Exercice 1 (3 points)

Soit (u_n), (v_n) et (w_n) les suites définies par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3n - 2 \end{cases}$; $v_n = u_{n+1} - 2u_n$ et $w_n = 3u_n + 9n + 3$

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule est correcte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La valeur du terme u_3 est	2	5	14	(0,5pt)
2	La suite (v_n) est	géométrique	arithmétique	ni arithmétique, ni géométrique	(0,5pt)
3	La somme $\sum_{k=0}^{19} v_k$ est égale à :	530	560	590	(0,5pt)
4	L'expression de w_n, en fonction de n, est	9×2^n	9×3^n	9×6^n	(0,5pt)
5	La suite (w_n) est	convergente	divergente	bornée	(0,5pt)
6	La somme $e^{v_0}+e^{v_1}+e^{v_2}+\ldots+e^{v_n}$ est égale à	$\dfrac{e^{3n+1}-e^2}{e^3-1}$	$\dfrac{1-e^{3n+3}}{1-e^3}$	$\dfrac{e^{3n+3}-1}{e^5-e^2}$	(0,5pt)

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Pour tout nombre complexe z on pose : $P(z) = z^3 + z^2 + 6iz + 4 + 12i$.

1°a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $-7-24i$. 0,5pt

b) Calculer $P(-2)$. 0,25pt

c) Déterminer les nombres a et b tels que pour tout nombre complexe z on a : $P(z) = (z+2)(z^2+az+b)$. 0.5pt

d) En déduire l'ensemble de solutions de l'équation $P(z) = 0$. 0,5pt

2° Soit A, B, C et D les points d'affixes respectives $z_A = -2$; $z_B = 2-2i$; $z_C = -1+2i$ et $z_D = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$. Pour tout nombre complexe $z \neq -1+2i$; on pose : $f(z) = \dfrac{z-2+2i}{z+1-2i}$

a) Placer les points A, B et C. 0,25pt

b) Calculer $f(z_A)$ et déduire la nature du triangle ABC. 0,5pt

c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $f(z) = i$. Interpréter géométriquement. 0.5pt

3° a) Déterminer et construire l'ensemble Γ_1 des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$. 0,5pt

b) Déterminer et construire l'ensemble Γ_2 des points M d'affixe z tel que $f(z)$ soit imaginaire pur ou nul. 0,5pt

c) Déterminer et construire l'ensemble Γ_3 des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)-1| = 5$. 0,5pt

d) Vérifier que le point D appartient aux ensembles Γ_1 et Γ_2. 0,25pt

e) On pose $\alpha = (z_B)^{2020}$, vérifier que α est un nombre réel. 0,25pt

Exercice 3 (6 points)

A- 1° Déterminer la solution générale de l'équation différentielle (E) $y'' - 2y' + y = 0$. 0,5pt

2° Soit h la solution de l'équation (E) qui vérifie $h(0) = -2$ et $h'(0) = -1$. Montrer que $h(x) = (x-2)e^x$. 0,25pt

B- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 1 + h(x) = 3x - 1 + (x-2)e^x$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1° On définit la fonction g sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 3 + (x-1)e^x$. Etudier les variations de g et vérifier que $\forall x \in \mathbb{R},\ g(x) \geq 2$. 1 pt

2° a) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement. 1 pt

b) Montrer que la droite D d'équation $y = 3x - 1$ est asymptote à (C) et étudier leurs positions relatives. 0,5pt

3° a) Exprimer $f'(x)$ en fonction de g, (où f' est la dérivée de f). 0,5pt

b) Dresser le tableau de variation de f. 0,5pt

c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α telle que $1{,}2 < \alpha < 1{,}3$. 0,5 pt

4° a) Déterminer le point A de (C) où la tangente T est parallèle à la droite D. Ecrire une équation de T. 0,5 pt

b) Tracer D, T et (C) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. 0,5 pt

c) Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solutions de l'équation $(x-2)e^x = 3 + m$. 0,25pt

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = -x + x\ln x & \forall x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

et soit (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°a) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ et en déduire que f est continue en 0^+. 0,5pt

b) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$ et interpréter graphiquement. 0,5pt

c) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ puis interpréter graphiquement. 0,75pt

2° Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f. 1 pt

3° Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I = [1;+\infty[$.

a) Montrer que g est une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera. 0,5pt

b) Soit g^{-1} la réciproque de g, Justifier que $\lim\limits_{x\to-1^+} \frac{g^{-1}(x) - g^{-1}(-1)}{x+1} = +\infty$. 0,25pt

c) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x$ coupe (Γ) en un point autre que O.

Déterminer son abscisse λ et justifier que $\left(g^{-1}\right)'(\lambda) = \frac{1}{2}$. 0,75pt

4° a) Déterminer les points d'intersection de la courbe (Γ) avec l'axe des abscisses. 0,5pt

b) Construire (Δ), (Γ) et (Γ') dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, (Γ') étant la courbe représentative de g^{-1}. 0,75pt

5° a) Utiliser une intégration par parties pour calculer l'intégrale $A = \int_1^{e^2} x\ln x\,dx$. 0,25pt

b) En déduire l'aire du domaine plan délimité par la courbe (Γ), la droite (Δ) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e^2$. 0.25pt

Fin

Bonne chance

République Islamique de Mauritanie Ministère de l'Education Nationale et de la Formation Professionnelle Direction des Examens et des Concours	**BACCALAUREAT 2019** Session Complémentaire Epreuve : MATHEMATIQUES	Série : Sciences de la Nature Coefficient : 6 Durée : 4h

Exercice 1 (3 points)

Soit f une fonction numérique dérivable sur son domaine de définition et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

On donne, ci-contre, le tableau de variation de f.

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
f	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; -3$	$\nearrow$	2

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule est correcte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	L'ensemble de définition de f est	$]-\infty,3[\cup]3,+\infty[$	$]-\infty,3[\cup[3,+\infty[$	$]-\infty,+\infty[$	0.5 pt
2	La fonction f est	paire	impaire	ni paire, ni impaire	0.5 pt
3	La courbe (C) coupe (Ox) en	3 points	2 points	1 seul point	0.5 pt
4	Le nombre d'asymptotes de la courbe (C) est	une seule	deux	trois	0.5 pt
5	Le nombre de tangentes horizontales de (C) est	1	2	3	0.5 pt
6	Le nombre de solutions de l'équation $f(x)=-2$ est	1	2	3	0.5 pt

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (5 points)

1° Pour tout nombre complexe z, on pose $P(z)=z^3-(4-i)z^2+7z-4+7i$

a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $-12-16i$ — 0.25pt

b) Calculer $P(-i)$ — 0.5pt

c) Déterminer les réels a et b tels que $\forall z\in\mathbb{C}$, on a : $P(z)=(z+i)(z^2+az+b)$ — 0.5pt

d) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $P(z)=0$. — 0.5pt

2° Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A=1+2i$, $z_B=-i$ et $z_C=3-2i$.

a) Placer les points A, B et C. — 0.5pt

b) Soit D le point tel que ABCD soit un parallélogramme. Justifier que $z_D=4+i$ — 0.25pt

c) Ecrire sous forme algébrique $\dfrac{z_D-z_C}{z_D-z_A}$ et en déduire la nature du triangle ACD. — 0.5pt

3° Pour tout nombre complexe $z\neq 1+2i$; on pose : $f(z)=\dfrac{z-3+2i}{z-1-2i}$.

a) Déterminer et construire l'ensemble Γ_1 des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)|=1$. — 0.5pt

b) Déterminer et construire l'ensemble Γ_2 des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)-1|=\sqrt{20}$. — 0.5pt

4° On pose $\alpha=\dfrac{z_A+z_B}{2\sqrt{2}}$ et pour tout entier naturel n, on note $u_n=|\alpha^n|$.

a) Ecrire α sous forme algébrique et vérifier que $u_n=\dfrac{1}{2^n}$. — 0.5pt

b) En déduire que (u_n) est une suite géométrique et montrer que $u_0+u_1+\dots+u_{2019}=2-\dfrac{1}{2^{2019}}$ — 0.5pt

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $[-1,+\infty[$ par $f(-1)=0$ et $\forall x>-1,\ f(x)=(x+1)^2\ln(x+1)-(x+1)$.

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Vérifier que $\forall x>-1,\ f(x)=(x+1)[(x+1)\ln(x+1)-1]$ — 0.5 pt

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=0$ et $\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{f(x)}{x+1}=-1$ (on donne la limite suivante : $\lim\limits_{x\to-1^+}(x+1)\ln(x+1)=0$). — 0.5 pt

c) En déduire que f est continue et dérivable à droite de -1. — 0.5 pt

d) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et vérifier que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$. Interpréter graphiquement. — 0.5 pt

2° a) Montrer que $\forall x>-1,\ f'(x)=2(x+1)\ln(x+1)+x$, (f' étant la dérivée de f). — 0.5 pt

b) En remarquant que $\forall x>-1$, le signe de $2(x+1)\ln(x+1)$ est celui de x, montrer que f' est négative sur $]-1,0[$ et positive sur $]0,+\infty[$. — 0.5 pt

c) Dresser le tableau de variation de f. — 0.25 pt

3° Soit g la restriction de f sur l'intervalle $[0,+\infty[$.

a) Montrer que g réalise une bijection de $[0,+\infty[$ sur un intervalle J, à déterminer — 0.25 pt

b) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α, avec $0.7\le\alpha\le 0.8$. — 0.5 pt

c) Justifier que $g'(\alpha)=\alpha+2$ et en déduire la valeur de $(g^{-1})'(0)$, où g^{-1} est la réciproque de g. — 0.5 pt

4° Tracer dans le même repère les courbes (C) et (C') ;.((C') étant la courbe de g^{-1}). — 0.5 pt

Exercice 4 (7 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(2x-2)(1+e^x)$ et soit Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$. Interpréter graphiquement. — 1pt

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-(2x-2))$. — 0.5pt

c) En déduire que la droite D d'équation $y=2x-2$ est une asymptote oblique pour Γ. Etudier la position relative entre Γ et D. — 0.75pt

2° a) Calculer $f'(x)$ et justifier que $f''(x)=(2x+2)e^x$ — 0.75pt

b) Etudier les variations de f' et en déduire que $\forall x\in\mathbb{R}\ f'(x)>0$. — 0.5pt

c) Dresser le tableau de variation de f. — 0.5pt

3° a) Déterminer le point d'intersection de Γ avec (Ox). — 0.5pt

b) Ecrire une équation de la tangente T au point d'abscisse 0 de Γ. — 0.5pt

c) Tracer D ,T et Γ dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. — 0.5pt

d) Discuter graphiquement, selon les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $(2x-2)e^x=2+m$. — 0.5pt

4° a) Calculer, à l'aide d'une intégration par parties, l'intégrale $I=\int_0^1(2x-2)e^x dx$ — 0.5pt

b) En déduire l'aire A de la partie du plan délimitée par Γ, l'axe (Ox) et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$. — 0.5pt

Fin

République Islamique de Mauritanie Ministère de l'Education Nationale Direction des Examens et de l'Evaluation SERVICE DES EXAMENS	**Baccalauréat 2018** Session Normale	Honneur – Fraternité – Justice Série : Sciences de la Nature Epreuve : MATHEMATIQUES Durée : 4 heures Coefficient : 6

Exercice 1 (3 points)

Un groupe de 100 candidats ont passé un test d'inscription dans un centre de formation professionnelle.
Le test est composé de deux épreuves obligatoires : une écrite et une orale.
Les résultats ont montré que : 60 candidats ont réussi l'épreuve écrite dont 45 ont réussi aussi l'épreuve orale.
Parmi ceux qui ont échoué dans l'épreuve écrite 25 % ont réussi l'épreuve orale.
On choisit au hasard un candidat de ce groupe et on considère les évènements suivants :
A : « le candidat a réussi l'épreuve écrite» ; B : « le candidat a réussi l'épreuve orale».
Pour chacune des questions de cet exercice, une seule des trois réponses proposées est correcte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La probabilité $p(A)$ est	0.6	0.45	0.25	(0.5 pt)
2	La probabilité $p(A\cap B)$ est	0.6	0.45	0.25	(0.5 pt)
3	La probabilité $p_A(B)$ est	0.75	0.45	0.25	(0.5 pt)
4	La probabilité $p_{\overline{A}}(B)$ est	0.75	0.45	0.25	(0.5 pt)
5	la probabilité $p(B)$ est	0.75	0.55	0.1	(0.5 pt)

La durée de l'épreuve écrite varie de 20 à 60 minutes. On suppose que le temps X, exprimé en minutes, mis par un candidat avant de remettre sa copie, lors de cette épreuve, est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme.

6	La fonction de densité de X est	$f(x)=\frac{1}{20}$	$f(x)=\frac{1}{40}$	$f(x)=\frac{1}{60}$	(0.25 pt)
7	La probabilité que ce candidat remet sa copie après 30 minutes est	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	(0.25 pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse.
Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5	6	7
Réponse							

Exercice 2 (5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$. Pour tout nombre complexe z on pose : $P(z)=z^3-(3+2i)z^2+(3+3i)z-4i$.

1.a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $-8+6i$ — 0,5pt

b) Calculer $P(i)$ — 0,5pt

c) Déterminer les nombres a et b tels que pour tout nombre complexe z on a : $P(z)=(z-i)(z^2+az+b)$. — 0.5pt

d) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $P(z)=0$. — 0,5pt

2) Soit A, B et C les points d'affixes respectives $z_A=i$, $z_B=1-i$ et $z_C=2+2i$.

a) Placer les points A, B et C. — 0,5pt

b) Déterminer la nature du triangle ABC. — 0,25pt

c) Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC soit un parallélogramme. — 0.25pt

d) Déterminer et construire l'ensemble Γ des points M du plan d'affixe z tel que $\left|\frac{z-2-2i}{z-1+i}\right|=1$. — 0,5pt

3° Pour tout entier naturel n, on pose $z_n=(z_C)^n$ et $v_n=|z_n|$.

a) Vérifier que $z_C=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ puis en déduire l'écriture trigonométrique de z_n. — 0,5pt

b) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme. — 0,5pt

c) Calculer la limite de (v_n) et exprimer en fonction de n la somme $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ — 0.5pt

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x-1+2xe^{-x}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ 0,5pt

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}=+\infty$. Interpréter graphiquement. 0,5pt

c) Montrer que la droite D d'équation $y=2x-1$ est une asymptote oblique à (C) et étudier la position relative entre (C) et D. 0,5pt

2° a) Calculer la dérivée f' puis montrer que l'expression de la dérivée seconde de f est $f''(x)=(2x-4)e^{-x}$ 0,5pt

b) Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion A dont on donnera les coordonnées. 0,25pt

c) Etudier les variations de f' et en déduire que f' est positive. 0,5pt

d) Dresser le tableau de variation de f. 0,5pt

3° a) Montrer que la courbe (C) coupe (Ox) en un unique point d'abscisse α avec $0.2<\alpha<0.3$ 0,5pt

b) Déterminer le point B de (C) où la tangente T est parallèle à l'asymptote D. Donner une équation de T. 0,5pt

c) Tracer D, T et (C) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. 0,5pt

d) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation : $-m-1+2xe^{-x}=0$ 0,25pt

Exercice 4 (7 points)

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{2+x+x\ln x}{x}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Montrer que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty$ et interpréter graphiquement. (0,75

b) Vérifier que $f(x)=\dfrac{2}{x}+1+\ln x$ (0,5

c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement (0,5

2° a) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f. (1pt

b) Donner une équation de la tangente T à la courbe (C) au point d'abscisse $x_0=1$ (0,5

3° Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I=]0;2]$

a) Montrer que g est une bijection de I sur un intervalle J que l'on précisera. (0,5

b) Dresser le tableau de variation de g^{-1}, où g^{-1} est la fonction réciproque de g. (0,5

c) Calculer $(g^{-1})'(3)$ (on pourra utiliser 2° b)) (0,2

d) Construire (C), (C') et T dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, où (C') est la courbe de g^{-1}. (0,5

4°) On considère la fonction h définie sur $]0,+\infty[$ par $h(x)=f(x)-x$

a) Dresser le tableau de variation de h. (0,5

b) Montrer que l'équation $h(x)=0$ admet une unique solution α, telle que $2<\alpha<3$. Vérifier que $f(\alpha)=\alpha$ et en déduire que $\forall x\geq\alpha$ on a $f(x)-x\leq0$ (0.5

5°) Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases}u_0=3\\ u_{n+1}=f(u_n),\ \forall n\in\mathbb{N}\end{cases}$

a) Montrer par récurrence que $u_n\geq\alpha,\ \forall n\in\mathbb{N}$. (0,

b) Montrer que (u_n) est décroissante (on pourra utiliser 4° b). En déduire que (u_n) est convergente. (0,

6° a) Utiliser une intégration par parties pour calculer l'intégrale $K=\int_1^e \ln x\,dx$. (0,

b) En déduire l'aire du domaine délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$ (0,

Fin

République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
Direction des Examens et de l'Evaluation
SERVICE DES EXAMENS

Baccalauréat 2018
Session Complémentaire

Honneur – Fraternité – Justice

Série : Sciences de la Nature
Epreuve : MATHEMATIQUES
Durée : 4 heures
Coefficient : 6

Exercice 1 (3 points)

Soit (u_n) et (v_n) les suites numériques définies par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + n + 2 \end{cases}$ et $v_n = u_n - 2n$.

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule est correcte.

1° (v_n) est une suite

A : arithmétique	B : géométrique	C : ni arithmétique et ni géométrique	(0,5pt

2° L'expression de v_n en fonction de n est

A : $v_n = 2^n + 2n$	B : $v_n = 2 + \frac{1}{2}n$	C : $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$	(0,5pt

3° Si (w_n) est la suite définie par $w_n = \ln(v_n)$ alors

A : $w_n = -(\ln 2)^n$	B : $w_n = -n\ln 2$	C : $w_n = 1 - 2\ln n$	(0,5pt

4° La suite (w_n) est

A : bornée	B : convergente	C : divergente	(0,5pt

5° La somme $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + ... + w_n$ est égale à

A : $\frac{-(n^2+n)\ln 2}{2}$	B : $\frac{(n+1)(1-2\ln n)}{2}$	C : $\frac{1-(\ln 2)^{n+1}}{1-\ln 2}$	(0,5pt

6° Le produit $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times ... \times v_n$ est égal à

A : $e^{\frac{-(n^2+n)\ln 2}{2}}$	B : $e^{\frac{(n+1)(1-2\ln n)}{2}}$	C : $e^{\frac{1-(\ln 2)^{n+1}}{1-\ln 2}}$	(0,5p

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5	
Réponse	B	c	B	c	A	[illegible]

Exercice 2 (5 points)

1° a) Calculer $(4-2i)^2$. (0,5pt

b) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $z^2 + (2-4i)z - 6 = 0$. (0,75p

2° Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 1+i$, $z_B = -3+3i$ et $z_C = \frac{(z_B)^3}{(z_A)^5}$. (0,75p

a) Ecrire sous forme trigonométrique chacun des nombres z_A, z_B puis en déduire celle de z_C.

b) Placer les points A et B dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$. (0,5p

c) Ecrire sous forme algébrique le nombre $\frac{z_B}{z_A}$ puis interpréter géométriquement. (0,5p

3° Pour tout nombre complexe $z \neq 1+i$; on pose : $f(z) = \frac{z+3-3i}{z-1-i}$.

a) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $f(z) = i$. Interpréter géométriquement. (0,5p

b) Déterminer et construire Γ_1 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$. (0,5p

c) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M d'affixe z tel que $f(z)$ soit imaginaire pur ou nul. (0,5p

d) Déterminer et construire Γ_3 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z) - 1| = \sqrt{5}$. (0,5p

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 2 - e^x$ et soit Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ et calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement. (0,75pt)

b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(f(x) - (x+2)\right)$. En déduire que Γ admet une asymptote oblique D dont on donnera une équation. (0,75pt)

c) Etudier la position relative entre Γ et D. (0,25pt)

2° a) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f. (0,5pt)

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β, $(\alpha < \beta)$, et que $-1.9 < \alpha < -1.8$; $1.1 < \beta < 1.2$. (0,5pt)

c) Montrer que : $\alpha + f'(\alpha) = \beta + f'(\beta)$. (0,25pt)

3° Soit h la restriction de f sur l'intervalle $I =]-\infty; 0]$.

a) Montrer que h admet une réciproque, notée h^{-1}. (0,5pt)

b) Dresser le tableau de variation de h^{-1}. (0,25pt)

c) Montrer que $\left(h^{-1}\right)'(0) = \frac{-1}{1+\alpha}$. (0,25pt)

4° a) Déterminer le point A de la courbe Γ auquel la tangente T est perpendiculaire à D. Donner une équation de T. (0,5pt)

b) Tracer D, T, Γ et Γ' dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, où Γ' est la courbe de h^{-1} dans ce repère. (0,5pt)

Exercice 4 (7 points)

Partie A :

On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x) = -x + 3 - 2\ln x$.

1° a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$. (0,5pt)

b) Calculer $g'(x)$ où g' est la dérivée de g, puis dresser le tableau de variation de g. (0,5pt)

2° a) Montrer que g réalise une bijection de $]0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera. (0,5pt)

b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution λ et que $1.8 \le \lambda \le 1.9$. (0,5pt)

c) En déduire le signe de g sur l'intervalle $]0,+\infty[$. (0,5pt)

Partie B :

Soit f la fonction définie sur $I =]0,+\infty[$ par : $f(x) = \frac{x - 1 + \ln x}{x^2}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Montrer que $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$ et interpréter graphiquement. (0,5pt)

b) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ et interpréter graphiquement. (0,5pt)

2° a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout x de I on a : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$. (0,5pt)

b) Montrer que $f(\lambda) = \frac{\lambda + 1}{2\lambda^2}$ et donner une valeur approchée de $f(\lambda)$ à 10^{-1} près. (0,5pt)

c) Dresser le tableau de variation de f. (0,5pt)

3° a) Donner une équation de la tangente T à (C) au point d'abscisse $x_0 = 1$ (0,5pt)

b) Tracer (C) et T dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. (0,5pt)

c) Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solutions de l'équation : $\ln x = 1 - x + 2x^3 + mx^2$. (0,5pt)

4° a) A l'aide d'une intégration par parties calculer l'intégrale $J = \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$. (0,25pt)

b) En déduire l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. (0,25pt)

Fin.

lnx = 1/x

République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
Direction des Examens et de l'Evaluation
Service des Examens

Honneur – Fraternité – Justice

Baccalauréat 2017
Session Normale

Série : Sciences de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice1 : (3 points)

Le tableau ci-contre donne les résultats d'une étude d'efficacité d'un vaccin, sur un groupe de 1000 personnes.

	Vaccinée	Non vaccinée	Total
Malade	100	150	250
Non malade	600	150	750
Total	700	300	1000

On choisit au hasard une personne de ce groupe, et on note V l'évènement « la personne est vaccinée » et M l'évènement « la personne est malade ».
Pour chacune des six questions suivantes, une seule des réponses proposées est correcte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La probabilité $p(V)$ est	0.7	0.6	0.1	(0.5 pt)
2	La probabilité $p(M)$ est	0.1	0.15	0.25	(0.5 pt)
3	La probabilité $p(V\cap M)$ est	0.1	0.155	0.85	(0.5 pt)
4	la probabilité $p_V(M)$ est	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{7}$	(0.5 pt)

Le choix est répété, de façon indépendante, durant 10 jours successifs, à raison d'une personne du groupe par jour. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de personnes à la fois malades et vaccinées choisies. Soit E l'événement « au moins une personne malade et vaccinée est choisie durant ces dix jours »

5	La probabilité p(E) est	$1-(0.9)^{10}$	$1-(0.1)^{10}$	$1-(0.85)^{10}$	(0.5 pt)
6	L'espérance mathématique de X est	1	2	3	(0.5 pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée

Question n°	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Réponse						

Exercice 2 : (5 points)

1° Pour tout complexe z on pose : $P(z)=z^3-10z^2+36z-40$

a) Calculer $P(2)$ (0.5pt)

b) Déterminer les réels a et b tels que pour tout z on a : $P(z)=(z-2)(z^2+az+b)$ (0.5pt)

c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $P(z)=0$. (0.5pt)

2° Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A=4-2i$, $z_B=2$ et $z_C=4+2i$.

a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$. (0.5pt)

b) Déterminer la nature du triangle ABC. (0.5pt)

c) Déterminer l'affixe z_D du point D tel que ABCD soit un parallélogramme. (0.5pt)

3) Pour tout nombre $z\neq 4+2i$; on pose : $f(z)=\frac{z-4+2i}{z-4-2i}$.

a) Vérifier que $f(z_D)=i$ et interpréter graphiquement. (0.25pt)

b) Déterminer et construire Γ_1 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)|=1$. (0.5pt)

c) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)-1|=\sqrt{2}$ (0.5pt)

4° On pose $z_0=f(2i)$. Pour tout entier naturel n on note $z_n=z_0^{\,n}$.

a) Ecrire z_0 sous forme algébrique, puis vérifier que $z_0=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$. (0.25r

b) Déterminer la plus petite valeur de l'entier n telle que $|z_n|\geq 2017$. (0.2

c) Vérifier que le point d'affixe z_{2018} appartient à l'axe des imaginaires purs. (0.

Exercice 3 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=e^{-x}+2x-2$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(2x-2))$. Interpréter graphiquement. (0.75pt)

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement. (0.75pt)

2° a) Calculer la dérivée $f'(x)$ et vérifier que $f'(-\ln 2)=0$. (0.5pt)

b) Etudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f (0.5pt)

3° a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet exactement deux solutions α et β.

Vérifier que $-1.7<\alpha<-1.6$ et $0.7<\beta<0.8$ (0.5pt)

b) Représenter la courbe (C) de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ (0.25pt)

4° On définit les suites (u_n) et (v_n) pour tout entier naturel n par : $u_n=e^{-n}$ et $v_n=2n-2$

a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique et qu'elle est décroissante (0.25pt)

b) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique et qu'elle est croissante (0.25pt)

c) Ces deux suites sont-elles adjacentes ? Justifier. (0.25pt)

5° Pour tout entier naturel n, on pose $S_n=f(0)+f(1)+f(2)+...+f(n)$

a) Exprimer S_n en fonction de n (0.5pt)

b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{S_n}{n^2}$ (0.5pt)

Exercice4 : (7 points)

Soit f la fonction numérique définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=(2-2x)(\ln x-2)$ et Γ sa courbe dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

1° On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=\frac{1}{x}+1-\ln x$

a) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+}g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ (0.5pt)

b) Calculer la dérivée $g'(x)$ puis dresser le tableau de variation de g (0.75pt)

c) Montrer que g réalise une bijection de $]0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera (0.5pt)

d) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet sur $]0,+\infty[$ une unique solution α telle que $3.5<\alpha<3.6$. En déduire le signe de $g(x)$ sur $]0,+\infty[$. (0.75pt)

2° a) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement. (1pt)

b) Calculer la dérivée $f'(x)$ et montrer que pour tout $x>0$, $f'(x)=2g(x)$. (0.5pt)

c) Dresser le tableau de variation de f. (0.5pt)

3° a) Montrer que $f(\alpha)=\frac{2(1-\alpha)^2}{\alpha}$ où α est le réel trouvé dans la question 1° d) (0.25pt)

b) Donner une équation de la tangente T à la courbe Γ au point A d'abscisse $x_0=1$ (0.25pt)

c) Montrer que Γ coupe (Ox) en un deuxième point B, autre que A, d'abscisse x_B tel que $7.38<x_B<7.39$ (0.25pt)

4° a) Construire Γ et T dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. (on prendra $\alpha=1.8$ et $f(\alpha)=2.7$) (0.5pt)

b) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $(2-2x)\ln x=m$ (0.25pt)

5° a) A l'aide d'une intégration par parties montrer que $\int_1^2(2-2x)\ln x\,dx=-\frac{1}{2}$. (0.5pt)

b) En déduire l'aire du domaine plan délimité par la courbe Γ de f, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=2$ (0.5pt)

Fin

République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
Direction des Examens et de l'Evaluation
Service des Examens

Honneur – Fraternité – Justice

Baccalauréat 2017
Session Complémentaire

Série : Sciences de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1 (3 points)

On définit les suites numériques (u_n), (v_n) et (w_n) pour tout $n \geq 1$ par $u_n = 2^n - 2n$, $v_n = 1 + \frac{u_n}{2n}$ et $w_n = \ln(nv_n)$. Soit $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_n$ la somme des n premiers termes de la suite (u_n).

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule est exacte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	Le terme général de (v_n) est	$v_n = 1$	$v_n = 2^n$	$v_n = \frac{2^{n-1}}{n}$	(0,5pt)
2	La suite (u_n) est	croissante	décroissante	constante	(0,5pt)
3	La valeur de S_n est	$S_n = 2^{n+1} - n^2 - n - 2$	$S_n = 2^n - n^2 - n - 2$	$S_n = 2^{n+1} - n^2 - n + 2$	(0,5pt)
4	La suite (v_n) est	convergente	divergente	constante	(0,5pt)
5	La suite (w_n) est	arithmétique	géométrique	convergente	(0,5pt)
6	Si $e^{\ln 1 + \ln 2 + \ln 3 + ... + \ln n} = 120$ alors la valeur de n est	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	(0,5pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (5 points)

1) Pour tout nombre complexe z on pose : $P(z) = z^3 - 4\sqrt{2}z^2 + 12z - 8\sqrt{2}$

a) Calculer $P(2\sqrt{2})$. (0,5pt)

b) Déterminer les réels a et b tels que pour tout z on a : $P(z) = (z - 2\sqrt{2})(z^2 + az + b)$ (0,5pt)

c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $P(z) = 0$ (0,5pt)

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Soient les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$, $z_B = 2\sqrt{2}$ et $z_C = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$.

a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$ (0,5pt)

b) Déterminer la nature du triangle ABC et celle du quadrilatère OABC (0,5pt)

3) Pour tout nombre $z \neq \sqrt{2} - i\sqrt{2}$; on pose : $f(z) = \frac{z - \sqrt{2} - i\sqrt{2}}{z - \sqrt{2} + i\sqrt{2}}$.

a) Vérifier que $f(z_B) = -i$ et interpréter graphiquement. (0,5pt)

b) Déterminer et construire Γ_1 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$. (0,5pt)

c) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M d'affixe z tel que f(z) soit imaginaire pur. (0,5pt)

d) Déterminer et construire Γ_3 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z) - 1| = 2$. (0,5pt)

e) Vérifier que les trois ensembles Γ_1 , Γ_2 et Γ_3 passent par les points O et B. (0,5pt)

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+2)(1+e^{-x})$ et soit Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1° a) Montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et que $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement. (0,5pt)

b) Montrer que $f(x)=x+2+\frac{x}{e^x}+\frac{2}{e^x}$, puis calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x+2)\right)$. (0,

c) En déduire que Γ admet une asymptote oblique D dont on donnera une équation. (0,

d) Etudier la position relative entre Γ et D. (0,

2° a) Montrer que $f'(x)=1-(x+1)e^{-x}$ où f' est la dérivée première de f (0,

b) Etudier les variations de f' et en déduire le signe de $f'(x)$. (0,

c) Dresser le tableau de variation de f. (0,

3° a) Déterminer le point A de Γ où la tangente T à la courbe Γ est parallèle à l'asymptote D. Donner une équation de T. (0,

b) Déterminer les points d'intersection de Γ avec les axes de coordonnées (0,

c) Tracer D, T et Γ dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. (0,

4° a) calculer l'intégrale $I=\int_{-2}^{0}2e^{-x}dx$ (0,

b) A l'aide d'une intégration par parties calculer l'intégrale $J=\int_{-2}^{0}xe^{-x}dx$. (0,

c) En déduire l'aire du domaine délimité par l'asymptote D, la courbe Γ et les droites d'équations $x=-2$ et $x=0$ (0,

5° Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $x+2=(m-2)e^x$ (0,

__Exercice 4 (7 points)__

Soit f la fonction définie sur $D_f=]0,1[\cup]1,+\infty[$ par : $f(x)=\frac{2x-1+\ln x}{x-1}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

2T

5

1° On considère la fonction u définie sur $]0,+\infty[$ par : $u(x)=1+x\ln x$.

a) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} u(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} u(x)$ (0

b) Calculer $u'(x)$ où u' est la dérivée de u, puis dresser le tableau de variation de u (0

c) Montrer que $\forall x>0$ on a $u(x)\geq 1-\frac{1}{e}$. En déduire le signe de $u(x)$ (0

← 13468

2° a) Montrer que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty$ et interpréter graphiquement (0

b) Calculer et interpréter les limites $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ (0,

3° a) Monter que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $f(x)=2+\frac{1}{x-1}+\frac{\ln x}{x-1}$ (0,

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et en déduire que la courbe (C) admet une asymptote horizontale (Δ) dont on donnera une équation. (0,

c) Etudier la position relative de (C) et (Δ). (0,

4°a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout x de D_f on a : $f'(x)=\frac{-u(x)}{x(x-1)^2}$. (0,

b) Dresser le tableau de variation de f. (0,

5°Soit g la restriction de f sur l'intervalle $]0,1[$

a) Montrer que g est une bijection de $]0,1[$ sur un intervalle I que l'on précisera. (0,

b) Dresser le tableau de variation de g^{-1}, où g^{-1} est la réciproque de g. (0,

6° a) Montrer que la courbe (C) coupe (Ox) en un unique point A d'abscisse α avec $0.6<\alpha<0.8$ (0,

b) Tracer (Δ);(C) et (C') dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. où (C') est la courbe de g^{-1} (0,

Fin.

République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
Direction des Examens et de l'Evaluation
Service des Examens

Honneur – Fraternité – Justice

Baccalauréat 2016
Session Normale

Série : Sciences de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1 (3 points)

Des études statistiques sur les examens de fin d'année universitaire ont montré que :
10% d'une population estudiantine donnée possède un ordinateur.
La probabilité qu'un étudiant possédant un ordinateur réussisse est de 0,8.
La probabilité qu'un étudiant ne possédant pas un ordinateur réussisse est de 0,3.
On choisit au hasard un étudiant dans cette population. On note M l'évènement « l'étudiant choisi possède un ordinateur» et R l'évènement «l'étudiant choisi réussit ».
Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule est exacte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La probabilité $p(M)$ est :	0.6	0.9	0.1	(0,5pt)
2	La probabilité $p_M(R)$ est :	0.8	0.9	0.7	(0,5pt)
3	La probabilité $p(M \cap R)$ est :	0.09	0.08	0.07	(0,5pt)
4	La probabilité $p(\overline{M} \cap R)$ est :	0.27	0.29	0.31	(0,5pt)
5	La probabilité $p(R)$ est :	0.25	0.35	0.45	(0,5pt)
6	La probabilité $p_R(M)$ est :	$\frac{13}{35}$	$\frac{11}{35}$	$\frac{8}{35}$	(0,5pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse	C					

Exercice 2 (5 points)

1) Pour tout nombre complexe z on pose : $P(z) = z^3 - 7z^2 + 19z - 13$.
a) Calculer $P(1)$. (0,5 pt)
b) Déterminer les réels a et b tels que pour tout z on a: $P(z) = (z-1)(z^2 + az + b)$. (0,5 pt)
c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexe, l'équation $P(z) = 0$. On note z_0 ; z_1 et z_2 les solutions de (E) telles que : $\operatorname{Im}(z_1) < \operatorname{Im}(z_0) < \operatorname{Im}(z_2)$. (0,5 pt)

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.
Soient les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 1$, $z_B = z_1 - i$ et $z_C = z_2 + 1$.
a) Vérifier que $z_B = 3 - 3i$ et que $z_C = 4 + 2i$ puis placer les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$. (0,5 pt)
b) Déterminer la nature du triangle ABC. (0,5 pt)
c) Déterminer l'affixe z_D du point D tel que ABDC soit un parallélogramme. (0,5 pt)

3) Pour tout nombre $z \neq 3 - 3i$; on pose : $f(z) = \dfrac{z - 4 - 2i}{z - 3 + 3i}$.
a) Vérifier que $f(z_0) = -i$ et interpréter graphiquement. (0,25 pt)
b) Déterminer et construire Γ_1 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$. (0,5 pt)
c) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M d'affixe z tel que $f(z)$ soit imaginaire pur. (0,5 pt)
d) Déterminer et construire Γ_3 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z) - 1| = \sqrt{2}$. (0,5 pt)
e) Vérifier que les trois ensembles Γ_1, Γ_2 et Γ_3 passe par les points A et D. (0,25 pt)

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - 1 + \dfrac{x}{e^x} = x - 1 + xe^{-x}$.
Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.
1) On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 - x + e^x$.
a) Calculer $g'(x)$ où g' est la dérivée de g. (0,5 pt)

b) Etudier les variations de g et en déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

2.a) Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote oblique à (C) et étudier la position relative de (C) et (Δ).

3.a) Calculer la dérivée $f'(x)$ puis vérifier que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{e^x}$.

b) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

4.a) Déterminer le point A de (C) où la tangente T à la courbe (C) est parallèle à l'asymptote (Δ).
Donner une équation de T.

b) Tracer T , (Δ) et (C).

5) Soit H la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $H(x) = -(x+1)e^{-x}$.

a) Vérifier que $H'(x) = f(x) - x + 1$. En déduire une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.

b) Calculer l'aire du domaine plan limité par (C), (Δ) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$.

Exercice 4 (7 points)

Partie A

On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x) = x^3 - 2 + 4\ln x$.

1.a) Montrer que g est strictement croissante sur $]0,+\infty[$.

b) Dresser le tableau de variation de g .

2.a) Montrer que g réalise une bijection de $]0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α . Vérifier que $1,1 < \alpha < 1,2$.

c) En déduire le signe de $g(x)$ sur $]0,+\infty[$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = x - 1 - \dfrac{2\ln x}{x^2}$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.a) Montrer que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = +\infty$ et interpréter graphiquement.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(f(x) - (x-1)\right)$. En déduire que la courbe (C) admet une asymptote oblique Δ dont on donnera une équation.

c) Etudier la position relative de (C) et Δ.

2.a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout x de $]0,+\infty[$ on a : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$.

b) Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{3\alpha^3 - 2\alpha^2 - 2}{2\alpha^2}$.

c) Dresser le tableau de variation de f .

3.a) Donner l'équation de la tangente T à la courbe (C) au point A d'abscisse 1. Vérifier que T est perpendiculaire à Δ.

b) Montrer que la courbe (C) coupe (Ox) en un point B autre que A d'abscisse β telle que $1,3 < \beta < 1,4$.

c) Représenter la courbe (C) et les droites Δ et (T) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

d) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $2x^3 - (m+1)x^2 - 2\ln x = 0$.

4) Soit S l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation respectives $x = 1$ et $x = \beta$.

a) Justifier que : $S = -\int_1^\beta f(x)dx$.

b) En utilisant une intégration par parties, calculer $I = \int_1^\beta \dfrac{\ln x}{x^2}dx$. Calculer S en fonction de β.

Fin.

Baccalauréat
2016
Session Complémentaire

Honneur – Fraternité – Justice

Série : Sciences de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1 (3 points)

Pour chaque question, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	La suite de terme général $\left(\frac{e}{4}\right)^n$ est	décroissante	croissante	divergente
2	Si, pour tout n de $\mathbb{N}$, $\lvert u_n - 3\rvert \le \left(\frac{1}{2}\right)^n$ alors	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 3$	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$
3	Si $s = 1+2+2^2+\cdots+2^{2015}$ alors :	$s = 2^{2015}+1$	$s = 1-2^{2016}$	$s = 2^{2016}-1$
4	Si (v_n) est une suite arithmétique de raison r telle que $v_3 = 0$ et $v_5 = -6$ alors :	$\begin{cases} r = -3 \\ v_0 = 8 \end{cases}$	$\begin{cases} r = -2 \\ v_0 = -9 \end{cases}$	$\begin{cases} r = -3 \\ v_0 = 9 \end{cases}$
5	Toute suite croissante et majorée est :	non bornée	convergente	divergente
6	Soit (w_n) une suite définie sur $\mathbb{N}^*$ telle que $0 \le w_n \le \ln\left(1+\frac{2}{n}\right)$ alors :	$\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 2$	$\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 1$	$\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 0$

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (5 points)

1. On pose $P(z) = z^3 - 7z^2 + 18z - 12$ où z est un nombre complexe.
 a) Calculer $P(1)$.
 b) Déterminer deux réels a et b tels que : $P(z) = (z-1)(z^2+az+b)$.
 c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation : $P(z) = 0$.

2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.
Soient les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 1$, $z_B = 3 - i\sqrt{3}$ et $z_C = 3 + i\sqrt{3}$.
 a) Calculer le module et un argument de chacun des nombres z_A, z_B et z_C.
 b) Placer les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$.

3.a) Calculer le module du complexe suivant : $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$.
b) En déduire la nature du triangle ABC.

4.a) Déterminer z_D affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme. Placer D.
b) Déterminer et construire l'ensemble Γ des points M d'affixe z telle que

$$\left|\frac{z-1-2i\sqrt{3}}{z-1}\right| = 1.$$

c) Déterminer z_I affixe du point I milieu de $[AD]$. Déterminer la nature du triangle IBC

30

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = xe^x - e^x + x - 1$.

Soit C sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1cm.

1.a) Calculer et interpréter $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(x-1)\right)$.

b) En remarquant que $f(x) = (x-1)(e^x+1)$ calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

c) Déterminer et interpréter $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

2.a) Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$ où f' et f'' sont respectivement la dérivée et la dérivée seconde de f.

b) Calculer $f'(-1)$ et préciser son signe.

c) Etudier les variations de f' et en déduire le signe de $f'(x)$.

3. Dresser le tableau de variation f.

4. Déterminer les points d'intersection de (C) avec les axes de coordonnées puis la construire.

5.a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $f(x) = f'(x) - e^x + x - 2$. En déduire une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.

b) Calculer l'aire S du domaine plan délimité par la courbe (C) et les axes de coordonnées.

Exercice 4 (7 points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x - 2 - \ln x$.

1.a) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Calculer et interpréter graphiquement $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)$.

2. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

3. Donner une équation de la tangente T à (C) au point A d'abscisse $x_0 = e$.

4.a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β $(\alpha < \beta)$ et que $0,1 < \alpha < 0,2$; $3,1 < \beta < 3,2$. Démontrer que : $\dfrac{e^\alpha}{e^\beta} = \dfrac{\alpha}{\beta}$.

b) En déduire le signe de $f(x)$ sur $]0;+\infty[$.

5. Soit g la restriction de f sur $I = [1;+\infty[$.

a) Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Calculer $\left(g^{-1}\right)'(e-3)$, (On pourra utiliser la question 3)

6. Tracer (C) et (C') courbes respectives des fonctions f et g^{-1} dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

7.a) En utilisant une intégration par parties, calculer $\int_1^e \ln x\,dx$.

b) Calculer l'aire du domine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

Fin.

81

République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
Direction des Examens et Concours
Service des Examens

Honneur – Fraternité – Justice

Baccalauréat 2015

Session Normale

Série : Sciences de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1 (3 points)

Une usine fabrique une série de montres. Au cours de la fabrication peuvent apparaître deux types de défauts, désignés par **a** et **b**. On a constaté que **6%** des montres fabriquées présentent le défaut **a** (et peut-être aussi le défaut **b**), **5%** le défaut **b** (et peut-être aussi le défaut **a**) et **2%** présentaient simultanément les défauts **a** et **b**.

Une montre est tirée au hasard dans la production. On définit les évènements suivants :

A : «la montre tirée présente le défaut a» ;
B : «la montre tirée présente le défaut b» ;
C : «la montre tirée ne présente aucun des deux défauts» ;
D : «la montre tirée présente un et un seul des deux défauts».

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule réponse est exacte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La probabilité $p(A)$ est :	0.6	0.06	6	(0,5pt)
2	La probabilité $p(C)$ est :	0.91	0.89	0.87	(0,5pt)
3	La probabilité $p(D)$ est :	0.05	0.07	0.98	(0,5pt)
4	La probabilité $p_B(A)$ est :	0.4	0.04	0.3	(0,5pt)
5	La probabilité $p_{\bar{A}}(B)$ est :	$\frac{3}{96}$	$\frac{91}{94}$	$\frac{3}{94}$	(0,5pt)
6	La probabilité $p_D(A)$ est :	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{6}{7}$	(0,5pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (5 points)

1) Pour tout nombre complexe z on pose : $P(z) = z^3 - 10z^2 + 33z - 34$.

a) Calculer $P(2)$. (0,5 pt)

b) Déterminer les réels a et b tels que pour tout z on a: $P(z) = (z-2)(z^2 + az + b)$. (0,5 pt)

c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexe, l'équation $P(z) = 0$. On note z_0 ; z_1 et z_2 les solutions de (E) telles que $\mathrm{Im}(z_2) < \mathrm{Im}(z_0) < \mathrm{Im}(z_1)$. (0,5 pt)

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Soient les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = z_1 + 3i$, $z_B = z_2 + i$ et $z_C = 6 + 2i$.

a) Vérifier que $z_A = 4 + 4i$ et $z_B = 4$. (0,5 pt)

b) Ecrire les nombres z_A et z_B sous forme trigonométrique. (0,5 pt)

c) Placer les points A, B et C dans le repère. (0,5 pt)

3) Pour tout nombre $z \neq 4 + 4i$ on pose : $f(z) = \dfrac{z-4}{z-4-4i}$.

a) Vérifier que $f(z_C) = i$ et interpréter graphiquement. (0,5 pt)

b) Déterminer et construire Γ_1 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$. (0,5 pt)

c) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M d'affixe z tel que $f(z)$ soit imaginaire pur. (0,5 pt)

4) Pour tout entier naturel n, on pose $z_n = (z_A)^n$ et soit M_n le point d'affixe z_n.

a) Déterminer l'ensemble des entiers n pour lesquels le point M_n appartient à l'axe des abscisses. (0,25 pt)

b) Déterminer l'ensemble des entiers n pour lesquels on a $OM_n > 2015$. (0,25 pt)

Exercice 3 (6 points)

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x)=3x-3-2x\ln x, & x>0 \\ f(0)=-3 \end{cases}$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1cm .

1.a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$. En déduire que f est continue à droite de $x_0=0$.

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=+\infty$ et interpréter graphiquement.

c) Montrer que $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=-\infty$.

2.a) Calculer $f'(x)$ pour $x\in]0;+\infty[$ et vérifier que $f'(\sqrt{e})=0$.

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

3.a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point A d'abscisse $x_0=1$.

b) Montrer que (C) coupe l'axe des abscisses (Ox) en un point B autre que A dont l'abscisse α est telle que : $2.3\le\alpha\le 2.4$.

c) Déduire de ce qui précède le signe de f(x) sur $[0;+\infty[$.

4) On considère la fonction g définie par : $\begin{cases} g(x)=\dfrac{1}{2}x^2-x^2\ln x\,;\, x>0 \\ g(0)=0 \end{cases}$

a) Montrer que pour tout $x>0$, $f(x)=3x-3+g'(x)$. (0

b) En déduire une primitive F de f sur $]0;+\infty[$. (0

5) Pour tout entier naturel $n\ge 1$ on pose: $U_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1} f(x)dx$

a) Montrer que la suite (U_n) est décroissante. (0

b) Exprimer U_n en fonction de n. (0

c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$ (0,

Exercice 4 (6 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x-2)(1+e^x)$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.a) Justifier que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement. (0,5

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(x-2)\right)$ et en donner une interprétation graphique. (0,5

2.a) Calculer la dérivée $f'(x)$ puis la dérivée seconde $f''(x)$. (0,5

b) En déduire que la courbe (C) possède un point d'inflexion A dont on précisera les coordonnées. (0,2

c) Dresser le tableau de variation de la dérivée f'. En déduire le signe de $f'(x)$ pour tout réel x.

3.a) A l'aide des questions précédentes, dresser le tableau de variation de f. (0,5

b) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on déterminera. On désigne par (C') la courbe représentative de la réciproque f^{-1} dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. (0,5 p

4.a) Déterminer les points d'intersection de la courbe (C) avec les axes de coordonnées. (0,5 p

b) Déterminer le point B de (C) où la tangente T à la courbe (C) est parallèle à l'asymptote (D). Donner une équation de T. (0,5 p

c) Tracer (C) , T , (D) et (C'). (0,5 p

d) Discuter graphiquement le nombre de solutions de l'équation $x-2=(2+m)e^{-x}$. (0,5 p

5.a) Calculer l'intégrale $I=\int_0^2 (x-2-2e^x)dx$. (0,25

b) En utilisant une intégration par parties, calculer $J=\int_0^2 xe^x dx$. (0,25

c) Calculer l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x=0$ et $x=2$. (0,25

Fin.

République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
Direction des Examens et Concours
Service des Examens

Honneur – Fraternité – Justice

Baccalauréat 2015

Session Complémentaire

Série : Sciences de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1 (3 points)

On considère la suite (U_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $U_n = \dfrac{5^n}{2^n}$.

Soit $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$ et $V_n = \ln U_n$.

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule réponse est exacte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La suite (U_n) est :	Arithmétique	Géométrique	Ni l'une ni l'autre	(0,5pt)
2	La suite (U_n) est :	Convergente vers 0	Convergente vers $\frac{5}{2}$	Divergente	(0,5pt)
3	La suite (U_n) est :	Croissante	Décroissante	Non monotone	(0,5pt)
4	La somme S_n est égale à :	$S_n = \frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{5}{2}\right)^n\right)$	$S_n = \frac{2}{3}\left(\left(\frac{5}{2}\right)^{n+1}-1\right)$	$S_n = \dfrac{1+\left(\frac{5}{2}\right)^n}{\frac{3}{2}}$	(0,5pt)
5	Le plus petit entier naturel n tel que $U_n \geq 2015$ est	$n = 8$	$n = 9$	$n = 10$	(0,5pt)
6	La suite (V_n) est :	Arithmétique	Géométrique	Ni l'une ni l'autre	(0,5pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse	B	C	A	B	B	A

A B

Exercice 2 (5 points)

1) On considère les équations suivantes dans $\mathbb{C}$:

$$E_1 : \quad z^2 - 6z + 25 = 0$$
$$E_2 : \quad z^2 - 8z + 25 = 0$$

a) Résoudre E_1. On note z_1 et z_2 ses solutions avec $\operatorname{Im}(z_1) > 0$. (1 pt)

b Résoudre E_2. On note z_3 et z_4 ses solutions avec $\operatorname{Im}(z_3) > 0$. (1 pt)

c) Ecrire sous forme trigonométrique les nombres $z_1 + z_3$ et $z_1 \times z_3$. (0,75 p

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.

Pour tout nombre complexe z tel que $z \neq 3+4i$ on pose : $f(z) = \dfrac{z-4-3i}{z-3-4i}$.

On considère les points A , B et C d'affixes respectives $z_A = 3+4i$, $z_B = 4+3i$ et $z_C = 4+4i$.

a) Placer les points A , B et C dans le repère. (0,5 pt

b) Calculer et mettre sous forme algébrique le nombre complexe $f(4+4i)$. Interpréter graphiquement. (0,75 p

c) Déterminer et représenter, dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$, les ensembles de points M du plan d'affixe z dans chacun des cas suivants :

Γ_1 tel que $|f(z)| = 1$. (0,5 pt)

Γ_2 tel que $f(z)$ soit imaginaire pur. (0,5 pt) ice 3 (6 points)

onsidère la fonction numérique g définie par : $g(x)=(2x+1)e^x+1$.

ifier que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=1$. (0,5 pt)

culer $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g. (0,75 pt)

éduire que pour tout réel x ; $g(x)>0$. (0,25 pt)

considère la fonction numérique f définie par : $f(x)=x+2+(2x-1)e^x$

(C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

ontrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. (0,5 pt)

lculer et interpréter graphiquement $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$. (0,25 pt)

ontrer que la droite D d'équation $y=x+2$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de

puis déterminer leurs positions relatives. (0,5 pt)

crire $f'(x)$ en fonction de $g(x)$ et dresser le tableau de variation de f. (0,75 pt)

Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on déterminera. (0,5 pt)

ontrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α puis vérifier que $-0,86<\alpha<-0,85$. (0,5 pt)

Montrer qu'il existe un unique point A en lequel la tangente T à (C) est parallèle à

ymptote oblique. Préciser les coordonnées de A et donner l'équation de T. (0,5 pt)

Construire la courbe (C), la tangente T et l'asymptote D. (0,5 pt)

Discuter graphiquement suivant les valeurs de m le nombre de solutions de l'équation (0,25 pt)

$$(2x-1)e^x-m+2=0.$$ (0,25 pt)

ercice 4 (6 points)

Partie A $2\times(0,55)^2 \ \ln x \approx 0,55$

it g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=2x^2+\ln x$.

) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

b) Calculer la dérivée $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g. (0,5 pt)

a) Montrer que g réalise une bijection de $]0;+\infty[$ sur un intervalle J à déterminer. (0,5 pt)

) Démontre que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α telle que $0,54<\alpha<0,55$. (0,5 pt)

c) En déduire le signe de $g(x)$ sur $]0;+\infty[$. (0,25 pt)

Partie B (0,5 pt)

n considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=2x-\frac{1+\ln x}{x}$. (0,5 pt)

n appelle (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 2cm. (0,5 pt)

1.a) Justifier que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty$ et en donner une interprétation géométrique. (0,5 pt)

) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-2x)$. En déduire que (C) admet une asymptote oblique (Δ) en $+\infty$. (0,5 pt)

c) Etudier la position relative de (C) et (Δ). (0,5 pt)

2.a) Calculer $f'(x)$ puis vérifier que $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$. (0,5 pt)

b) Dresser le tableau de variation de f. (0,25 pt)

c) Vérifier que $f(\alpha)=\frac{4\alpha^2-1}{\alpha}$ et en donner une valeur approchée. (0,25 pt)

3.a) Donner une équation de la tangent (T) à (C) au point d'abscisse $x_0=\frac{1}{e}$. (0,25 pt)

b) Tracer (C), (Δ) et (T) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 2cm.

4.a) Donner une primitive F de f sur $]0;+\infty[$.

b) Calculer l'aire, en unité d'aire, du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses,

et les droites d'équations $x=\frac{1}{e}$ et $x=1$.

Fin.

République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
Direction des Examens et de l'évaluation
Service des Examens

Honneur – Fraternité – Justice

Baccalauréat 2014
Session Normale

Séries : Sciences de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1(3 points)

Une cage contient six pigeons dont quatre femelles et deux pigeons mâles; parmi ces pigeons, on dispose de deux couples de plumage blanc et de deux femelles de plumage gris.
On tire au hasard et simultanément deux oiseaux de cette cage (les tirages sont équiprobables).
1) On considère les probabilités:
P_1 la probabilité de l'événement A : "Les deux oiseaux tirés sont de plumage gris "
P_2 la probabilité de l'événement B : "Les deux oiseaux tirés sont de même couleur "
P_3 la probabilité de l'événement C : "Les deux oiseaux tirés sont du même sexe ".
2) On suppose dans cette question, que le tirage a donné deux oiseaux de même couleur. On note P_4 la probabilité que ces deux oiseaux soient de même sexe.

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule réponse est exacte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	Le nombre de tirages possibles est :	6^2	A_6^2	C_6^2	(1 pt)
2	La probabilité P_1 est :	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	(0,5pt)
3	La probabilité P_2 est :	$\frac{1}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{8}{15}$	(0,5pt)
4	La probabilité P_3 est :	$\frac{2}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{7}{15}$	(0,5pt)
5	La probabilité P_4 est :	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{7}{15}$	(0,5pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5
Réponse					

Exercice 2(5 points)

On considère le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.
1) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, chacune des équations suivantes : (1 pt)

$$z^2-2z+17=0 \qquad (E1)$$
$$z^2+8z+17=0 \qquad (E2)$$

2) Pour tout nombre complexe z tel que $z\neq -4-i$, on pose : $f(z)=\dfrac{z-1+4i}{z+4+i}$.

On considère les points A , B et C d'affixes respectivement $z_A=-4-i$, $z_B=1-4i$ et $z_C=4+i$.

a) Placer dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$ les points A , B et C ; et déterminer la nature du triangle ABC. (1 pt)
b) Calculer le nombre $\alpha=f(-1+4i)$ puis donner son écriture algébrique et trigonométrique. (0,75 pt)
c) Déterminer puis construire l'ensemble Γ_1 des points M du plan d'affixe z tels que $|f(z)|=1$. (0,75 pt)
d) Déterminer puis construire l'ensemble Γ_2 des points M du plan d'affixe z tels que le nombre $f(z)$ soit imaginaire pur. (0,5 pt)
3) On considère la suite de nombres complexes $(z_n)_{n\in N}$ définie par $z_0=4+i$ et, pour tout entier n, $z_{n+1}=\dfrac{\alpha}{2}z_n$. On appelle M_n le point d'affixe z_n.
a)Calculer z_1, z_2. (0,25 pt)
b) Montrer que la suite de terme général $V_n=|z_n|$ est une suite géométrique. (0,5 pt)
c) On pose $S_n=OM_0+OM_1+\ldots+OM_n$. Donner l'expression de S_n en fonction de n. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$. (0,25 pt)

Exercice 3(5 points)

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x)=2x-1+2e^{x}$. Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1cm.

1.a) Justifier que $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. (0,5 pt)

b) Calculer et donner une interprétation graphique de : $\lim_{x\to-\infty}(f(x)-(2x-1))$ et $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$. (0,5 pt)

2.a) Dresser le tableau de variation de f. (0,5 pt)

b) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on déterminera. (0,5 pt)

c) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α puis vérifier que $-0,3<\alpha<-0,2$. (0,5 pt)

3) Construire les courbes (C) et (C') représentant respectivement la fonction f et sa réciproque f^{-1} dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. (0,5 pt)

4.a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse x_0 ...

b) Vérifier que : $(f^{-1})'(0)=\frac{1}{-2\alpha+3}$. (0,5 pt)

5) On considère la suite numérique (U_n) définie pour tout entier naturel n par : $U_n=f(n)$

a) Montrer que (U_n) est la somme de deux suites : une arithmétique et une géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison. (0,5 pt)

b) On pose $S_n=U_0+U_1+...+U_n$. Donner l'expression de S_n en fonction de n. Calculer $\lim_{n\to+\infty} S_n$. (0,5 pt)

Exercice 4(7 points)

Partie A

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $g(x)=x-3+3\ln x$.

1.a) Calculer $\lim_{x\to0^+} g(x)$, $\lim_{x\to+\infty} g(x)$. (0,5 pt)

b) Calculer la dérivée $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g. (0,5 pt)

2. a) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α. Vérifier que $1,59\le\alpha\le1,60$ (0,5 pt)

b) En déduire le signe de la fonction g sur l'intervalle $]0;+\infty[$. (0,5 pt)

Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par : $f(x)=\frac{(x-3)\ln x}{x}$

On peut donc aussi écrire : $f(x)=\frac{(x-3)}{x}\ln x$ (1) et $f(x)=\ln x-\frac{3\ln x}{x}$ (2).

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.a) Démontrer que $\lim_{x\to0^+} f(x)=+\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-\ln x)=0$. (0,5 pt)

b) Interpréter graphiquement les limites précédentes. (0,5 pt)

2.a) Calculer la dérivée $f'(x)$. Vérifier que $f'(x)$ et $g(x)$ ont le même signe. (0,5 pt)

b) Montrer que $f(\alpha)=\frac{-(\alpha-3)^2}{3\alpha}$ et donner une valeur approchée de $f(\alpha)$ à 10^{-1} près. (0,5 pt)

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f. (0,5 pt)

3.a) Déterminer une équation de la tangente T à (C) au point A d'abscisse 1. (0,5 pt)

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses. Tracer (C) et T. (0,5 pt)

c) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation : $2x^2-mx+x\ln x-3\ln x=0$. (0,5 pt)

4.a) Calculer l'intégrale $J=\int_1^e\frac{\ln x}{x}dx$. (0,5 pt)

b) En utilisant une intégration par parties, calculer l'intégrale $I=\int_1^e\ln x\,dx$. (0,25 pt)

c) Justifier que l'aire S du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$ est donnée par $S=-\int_1^e f(x)dx$. Calculer cette aire. (0,25 pt)

Fin.

République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
Direction des Examens et de l'évaluation
Service des Examens

60

Baccalauréat 2014

Session Complémentaire

رمضان 1435

Honneur – Fraternité – Justice

Séries : Sciences de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1(3 points)

Un questionnaire à choix multiples (QCM) comporte 8 questions indépendantes. Pour chacune d'elles, quatre réponses sont proposées dont une seule correcte. Un élève répond au hasard à chaque question du QCM. On note X le nombre de réponses correctes qu'il a données. On considère les événements suivants :

A : L'élève a toutes les réponses correctes.
B : L'élève n'a aucune réponse correcte.
C : L'élève a au moins une réponse correcte.
D : L'élève a exactement deux réponses correctes.

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule réponse est exacte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	L'ensemble de valeurs de X est :	$\{0,1,2,...,8\}$	$\{0,1,...,4\}$	$\{1,2,...,8\}$	(0,5pt)
2	La probabilité de l'événement A est :	$\frac{1}{4}\times 8$	$\left(\frac{1}{4}\right)^8$	$\left(\frac{1}{8}\right)^8$	(0,5pt)
3	La probabilité de l'événement B est :	$1-\left(\frac{1}{4}\right)^8$	$\left(\frac{3}{4}\right)^8$	$1-\left(\frac{7}{8}\right)^8$	(0,5pt)
4	La probabilité de l'événement C est :	$1-\left(\frac{1}{4}\right)^8$	$\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^7$	$1-\left(\frac{3}{4}\right)^8$	(0,5pt)
5	La probabilité de l'événement D est :	$C_8^2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^6$	$\left(\frac{1}{4}\right)^2$	$1-\left(\frac{3}{4}\right)^6$	(0,5pt)
6	Le nombre de réponses correctes de l'élève, que l'on peut espérer est :	8	6	2	(0,5pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse.

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2(5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1) On considère les nombres : $z_1=\frac{-1+7i}{3+4i}$, $z_2=(1+i)^2$ et $z_3=\frac{4-8i}{1+3i}$.

a) Donner la forme algébrique de chacun des nombres z_1, z_2 et z_3. (1 pt)

b) Donner la forme trigonométrique de chacun des nombres z_1, z_2 et z_3. (1 pt)

2.a) Placer dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$ les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=1+i$, $z_B=2i$ et $z_C=-2-2i$. (0,5 pt)

b) Montrer que le triangle ABC est rectangle. (0,5 pt)

c) Déterminer et construire l'ensemble Δ des points M d'affixe z tel que : $\left|\frac{z+2+2i}{z-2i}\right|=1$. (0,5 pt)

d) Déterminer l'affixe du point D tel que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme. Placer D. (0,5 pt)

3) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2+2z+10=0$. (1 pt)

6 1

Exercice 3(5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(x^2+2x+1)e^x$

Soit C sa courbe représentative dans le repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1cm :

1.a) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$. Interpréter graphiquement.

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement.

2.a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que la courbe C admet deux tangentes horizontales que l'on déterminera.

b) Dresser le tableau de variation f.

3) Déterminer l'intersection de C avec les axes des coordonnées puis construire C dans $(O;\vec{i},\vec{j})$.

4) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

a) Montrer que g réalise une bijection de $[0;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Donner une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 0 et calculer $(g^{-1})'(1)$.

5.a) Déterminer les réels a , b et c tels que la fonction définie par $F(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ soit une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

b) Calculer l'aire du domaine plan délimité par la courbe C , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=-1$ et $x=0$.

Exercice 4(7 points)

Partie A

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $g(x)=2-x-\ln x$.

1.a) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

b) Calculer la dérivée $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g.

2.a) Montrer que g réalise une bijection de $]0;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet dans $]0;+\infty[$ une unique solution α. Vérifier que $1,55\le\alpha\le1,56$

c) En déduire le signe de la fonction g sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $f(x)=(1-\frac{1}{x})(1-\ln x)$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.a) Démontrer que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$.

b) Interpréter graphiquement les limites précédentes.

2.a) Calculer la dérivée $f'(x)$. Vérifier que pour tout réel x de $]0;+\infty[$, $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

b) Montrer que $f(\alpha)=\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$ et donner une valeur approchée de $f(\alpha)$ à 10^{-1} près.

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

3) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses. Tracer (C).

4.a) En utilisant une intégration par parties, calculer l'intégrale $I=\int_1^x \ln t\,dt$.

b) En remarquant que $f(x)=1-\ln x-\frac{1}{x}+\frac{1}{x}\ln x$, donner une primitive F de f sur $[1;+\infty[$.

c) Calculer l'aire S du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$.

Fin.

53

République Islamique de Mauritanie
Ministère d'Etat à l'Education Nationale, à l'Enseignement Supérieur et à la Recherche Scientifique
Direction des Examens et de l'Evaluation
Service des Examens

Honneur – Fraternité – Justice

Baccalauréat 2013
Session Normale

Séries : Sciences de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1(3 points)

Une urne contient 4 boules blanches et 2 boules noires indiscernables au toucher.
On effectue au hasard un tirage de deux boules simultanément de l'urne.
On note A_0 l'événement « on n'a obtenu aucune boule noire » ;
on note A_1 l'événement « on a obtenu une seule boule noire » ;
on note A_2 l'événement « on a obtenu deux boules noires ».
Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le nombre de boules noires tirées.
Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule réponse est exacte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	Le nombre de tirages possibles est :	C_6^2	A_6^2	6^2	(1 pt)
2	La probabilité $p(A_0)$ est :	$\frac{4}{6}$	$\frac{6}{15}$	$\left(\frac{4}{6}\right)^2$	(0,5pt)
3	La probabilité $p(A_1)$ est :	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	(0,5pt)
4	La probabilité $p(A_2)$ est :	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{15}$	(0,5pt)
5	L'espérance mathématique de X est :	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{15}$	4	(0,5pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau suivant en choisissant la bonne réponse.
Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5
Réponse					

Exercice 2(5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1.a)Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : E_1 $\quad z^2+2z+10=0$
On note z_1 et z_2 ses solutions avec $\operatorname{Im} z_2 \le 0$. (1 pt)

b)Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : E_2 $\quad z^2-4z+20=0$
On note z_3 et z_4 ses solutions avec $\operatorname{Im} z_4 \le 0$. (1 pt)

2) On considère les points A, B, C, D et E d'affixes respectives $z_A=z_1$, $z_B=z_2$, $z_K=z_3$, $z_L=z_4$ et $z_E=z_3-2i$.

a) Placer les points A, B, K, L, et E dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$. (1 pt)

b) Ecrire $z_E=z_3-2i$ sous forme algébrique et trigonométrique. (0,5 pt)

c) Déterminer la nature du quadrilatère ABLE et du triangle AKE. (0,5 pt)

3) Pour tout nombre complexe z tel que $z\neq -1+3i$ on pose : $f(z)=\frac{z-2-4i}{z+1-3i}$.
Déterminer et représenter dans le même repère les ensembles des points M du plan d'affixe z dans chacun des cas suivants :

- Γ_1 tel que $|f(z)|=1$. (0,5 pt)
- Γ_2 tel que $|f(z)-1|=\sqrt{10}$. (0,5 pt)

Exercice 3 (4 points)

On considère la suite numérique (U_n) définie par $U_0 = 6$ et pour tout $n \in IN$, $U_{n+1} = 3U_n + 10n - 13$.

1.a) Calculer U_1, U_2 et vérifier que $U_3 = 43$.

b) Justifier que la suite numérique (U_n) n'est ni géométrique ni arithmétique [illegible]

2) On définit la suite numérique (V_n) par : pour tout entier $n \in IN$, [illegible]

a) Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on dé[illegible] premier terme. Exprimer V_n en fonction de n.

b) A partir de quel terme a-t-on $V_n \geq 2013$

c) En déduire que, pour tout $n \in IN$, $U_n = 2\times(3^n) - 5n + 4$.

3) Pour tout entier naturel n, on pose $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$. Déterminer l'expression [illegible] fonction de n.

Exercice 4 (8 points)

Partie A

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x^3 - 3 + 2\ln x$.

1.a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

b) Calculer la dérivée $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g.

2. a) Montrer que g réalise une bijection de $]0;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α. Vérifier que $1{,}34 \leq \alpha \leq 1{,}35$

c) En déduire le signe de la fonction g sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x - 2 + \dfrac{1-\ln x}{x^2}$.

On note Γ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ orthonormé.

1.a) Démontrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(f(x) - (x-2)\right) = 0$.

b) Interpréter graphiquement les limites précédentes.

c) Étudier le signe de $d(x) = f(x) - (x-2)$, résumer dans un tableau et interpréter graphiquement.

2.a) Calculer $f'(x)$ et justifier que $f'(x)$ a même signe que $g(x)$.

b) Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{3\alpha^3 - 4\alpha^2 - 1}{2\alpha^2}$ et donner une valeur approchée de $f(\alpha)$ à 10^{-1} près.

c) En déduire le tableau de variation de la fonction f.

3.a) Donner l'équation de la tangente T à Γ au point A d'abscisse $x_0 = 1$.

b) Montrer que la courbe Γ coupe l'axe des abscisses en un deuxième point autre que A d'abscisse β telle que $1{,}9 \leq \beta \leq 2$

c) Tracer l'allure de la courbe Γ dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

4) Soit n un entier naturel $n \geq 3$. On considère l'aire du domaine E du plan compris entre la courbe Γ et les droites d'équations respectives $y = x - 2$, $x = 3$ et $x = n$.

a) Justifier que cette aire, exprimée en cm^2, est donnée par : $I_n = \int_3^n \dfrac{-1+\ln x}{x^2}\,dx$.

b) Calculer $J_n = \int_3^n \dfrac{\ln x}{x^2}\,dx$ à l'aide d'une intégration par parties. En déduire I_n en fonction de n.

c) Calculer la limite de l'aire I_n du domaine E quand n tend vers $+\infty$.

Fin.

Baccalauréat 2013

Session Complémentaire

رمضان 1434 هـ

Séries : Science de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1(3 points)

On considère la suite arithmétique (U_n) de raison $r = 3$ et de premier terme $U_0 = 15$.

Pour chaque question, parmi les réponses proposées, une seule réponse est exacte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	Le terme général de la suite (U_n) est :	$U_n = 3 + 15n$	$U_n = 15 + 3n$	$U_n = 3n + 12$	(0,5pt)
2	La valeur de U_{10} est :	$U_{10} = 153$	$U_{10} = 13$	$U_{10} = 45$	(0,5pt)
3	Si $U_0 + U_1 + \cdots + U_n = 204$ alors :	$n = 204$	$n = 30$	$n = 7$	(0,5pt)
4	La suite (V_n) de terme général $V_n = \dfrac{1}{U_n}$ est:	convergente	croissante	géométrique	(0,5pt)
5	La suite (T_n) de terme général $T_n = e^{U_n}$ est :	arithmétique	géométrique	majorée	(0,5pt)
6	Si (W_n) est une suite numérique telle que pour tout n : $V_n \leq W_n \leq U_n$, alors (W_n) est :	minorée	décroissante	divergente	(0,5pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau suivant en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse	B	C	C	A	B	A

Exercice 2(5 points)

1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 6z + 18 = 0$. (1 pt)

2) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$. (1 pt)

3) Ecrire sous forme trigonométrique et exponentielle chacun des nombres :

$$u = 3 + 3i \text{ et } v = \sqrt{3} - i.$$ (1 pt)

4) On pose $w = (3+3i)(\sqrt{3} - i)$.

a) Ecrire w sous forme algébrique. (0,75 pt)

b) En utilisant 3) écrire w sous forme trigonométrique et exponentielle. (0,75 pt)

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12}$. (0,5 pt)

Exercice 3 (6 points)

On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $I =]-1;+\infty[$ par:

$$f(x) = x - 2 + \ln(x+1).$$

1.a) Montrer que: $\lim_{x \to -1^+} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

b) Calculer $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \to +\infty} (f(x) - x)$. Interpréter graphiquement.

2. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

3.a) Montrer que la fonction f réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans I une unique solution α. Vérifier que : $1,2 < \alpha < 1,3$

c) Construire la courbe (C) représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

4) Pour tout $x > -1$; on pose $u(x) = (x+1)\ln(x+1)$.

a) Calculer $u'(x)$ et montrer que pour tout $x > -1$ on a $f(x) = u'(x) + x - 3$.

b) En déduire la primitive F de la fonction f sur $]-1;+\infty[$ qui vérifie $F(0) = 0$.

c) Calculer l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) de f et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \alpha$.

5) Soit f^{-1} la réciproque de f. (C') sa courbe représentative dans le repère précédent.

a) Déduire de ce qui précède les limites : $\lim_{x \to -\infty} f^{-1}(x)$, $\lim_{x \to +\infty} f^{-1}(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{x}$.

b) Calculer $(f^{-1})'(-2)$ et donner l'équation de la tangente à la courbe (C') au point d'abscisse $x_0 = -2$

Exercice 4 (6 points)

1) On considère la fonction numérique g définie par : $g(x) = (2x+3)e^{x+1} + 1$

a) Justifier que $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ et $\lim_{x \to -\infty} g(x) = 1$.

b) Calculer $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g.

c) En déduire que pour tout réel x ; $g(x) > 0$.

2) On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = x - 3 + (2x+1)e^{x+1}$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

a) Montrer que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

b) Calculer et interpréter graphiquement $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

c) Montre que la droite D d'équation $y = x - 3$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $-\infty$ puis déterminer leurs positions relatives.

3.a) Ecrire $f'(x)$ en fonction de $g(x)$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

4.a) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α puis vérifier que $0 < \alpha < 0,1$.

c) Montrer que la solution α vérifie l'égalité $\ln\left(\frac{3-\alpha}{2\alpha+1}\right) - \alpha = 1$

5.a) Montrer qu'il existe un unique point A auquel la tangente T à (C) est parallèle à l'asymptote oblique d'équation $y = x - 3$. Donner une équation de T.

b) Construire la courbe (C), la tangente T et l'asymptote D.

c) Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre m le nombre de solutions de l'équation $(2x+1)e^{x+1} - m - 3 = 0$.

Fin.

République Islamique de Mauritanie
Ministère d'Etat à l'Education Nationale, à l'Enseignement Supérieur et à la Recherche Scientifique
Direction des Examens et de l'Evaluation
Service des Examens

49

Baccalauréat 2012

Session Normale

Honneur – Fraternité – Justice

Séries : Science de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficients: 6

Exercice 1(3 points)

Pour éclairer une salle, on utilise deux lampes différente .
On note F l'événement : « la première lampe est défaillante » et G l'événement: « la deuxième lampe est défaillante ». Des études ont montré que : $p(F) = 0,2$; $p(G) = 0,3$; $p(F \cap G) = 0,1$.

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est correcte.

1) La probabilité de l'événement : « les deux lampes sont défaillantes » est : (0,5 pt)

A : 0,1	B : 0,5	C : 0,6

2) La probabilité de l'événement : « au moins une des deux lampes est défaillante » est : (0,5 pt)

A : 0,9	B : 0,4	C : 0,6

3) La probabilité de l'événement : « les deux lampes fonctionnent » est : (0,5 pt)

A : 0,8	B : 0,6	C : 0,5

4) La probabilité de l'événement : « exactement une des deux lampes est défaillante » est : (0,5 pt)

A : 0,3	B : 0,4	C : 0,6

5) Sachant que la deuxième lampe est défaillante, la probabilité que la première lampe fonctionne est : (0,5 pt)

A : $\frac{1}{2}$	B : $\frac{2}{3}$	C : $\frac{1}{3}$

6) On définit une variable aléatoire X égale au nombre de lampes défaillantes dans la salle.
L'espérance mathématique de X est : (0,5 pt)

A : 0,8	B : 0,6	C : 0,5

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau suivant en choisissant la bonne réponse.

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2(4 points)

1.a) Résoudre dans l'ensemble des nombre complexe, l'équation : $z^2 - 4z + 5 = 0$ et soient z_1 et z_2 ses solutions telles que $\text{Im}(z_1) > 0$. (1 pt)

b) Ecrire le nombre $z_3 = i + z_1$ sous forme trigonométrique. (0,5 pt)

2) Dans le plan complexe muni d'un repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = z_1$ et $z_B = -1 - i + z_2$.

a) Placer les points A et B . Déterminer la nature du triangle OAB . (0,5 pt)

b) Déterminer l'affixe du point C tel que le quadrilatère OACB soit un parallélogramme. Placer C . (0,5 pt)

3) Pour tout nombre complexe z tel que $z \neq 1 - 2i$ on pose : $f(z) = \dfrac{z - 2 - i}{z - 1 + 2i}$

a) Ecrire sous forme algébrique le nombre $\omega = f(3 - i)$. Interpréter géométriquement. (0,75 pt)

b) Déterminer puis construire l'ensemble Γ_1 des points M du plan d'affixe z tels que $|f(z)| = 1$. (0,25 pt)

c) Déterminer puis construire l'ensemble Γ_2 des points M du plan d'affixe z tels que le nombre f(z) soit imaginaire pur. (0,25 pt)

d) Déterminer puis construire l'ensemble Γ_3 des points M du plan d'affixe z tels que $|f(z) - 1| = \sqrt{10}$. (0,25 pt)

Exercice 3 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{-2x-1} + 3x - 1$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(3x-1)\right)$ et interpréter graphiquement.

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x} = -\infty$ interpréter graphiquement.

2.a) Calculer la dérivée $f'(x)$ et étudier son signe.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3.a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β : Vérifier que $-1,3 < \alpha < -1,2$ et $0,2 < \beta < 0,3$.

b) Représenter la courbe (C).

4) On définit les suites (U_n) et (V_n) pour tout entier naturel n par : $U_n = e^{-2n-1}$, $V_n = 3n - 1$.

a) Démontrer que la suite (U_n) est géométrique décroissante.

b) Démontrer que la suite (V_n) est arithmétique croissante.

c) Les suites (U_n) et (V_n) sont elles adjacentes ? Justifier.

5) Pour tout entier naturel n on pose : $S_n = f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(n)$.

a) Calculer S_n en fonction de n.

b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{S_n}{n^2}$.

Exercice 4 (7 points)

Soit f la fonction définie sur $]-1,+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+1} - \ln(x+1)$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1cm.

1.a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement.

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x) = -\infty$ et interpréter graphiquement.

2.a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que la courbe (C) admet au point d'abscisse 0 une tangente horizontale dont on donnera une équation.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3.a) Calculer $f''(x)$ et vérifier que la courbe (C) admet un point d'inflexion A d'abscisse 1.

b) Ecrire une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point A.

4.a) Montrer que la restriction g de f sur $I = [0,+\infty[$ réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Dresser le tableau de variation de g^{-1}.

c) Calculer $(g^{-1})'\left(\dfrac{3-2\ln 2}{2}\right)$

5.a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β : Vérifier que $-0,7 < \alpha < -0,6$ et $5,3 < \beta < 5,4$.

b) Placer, sur le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, les points d'intersections la courbe (C) avec les axes, son point d'inflexion, les tangentes précédentes puis représenter la courbe (C).

c) Représenter la courbe (C') de g^{-1} dans le repère précédent.

6.a) Montrer que la fonction f admet des primitives sur $]-1,+\infty[$.

b) Déterminer les réels a et b tels que la fonction $F(x) = ax - (x+b)\ln(x+1)$ soit une primitive de f sur $]-1,+\infty[$.

c) Calculer, en fonction de β, l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses, et les droites d'équation respectives $x = 0$ et $x = \beta$. Donner une valeur approchée de cette aire à 10^{-2} près.

51

Baccalauréat 2012

Session Complémentaire

رمضان 1433 هـ

Séries : Science de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1(3 points)

Soit (U_n) la suite numérique définie pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 3U_n - 2 \end{cases}$$

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est correcte.

1) La suite (V_n) définie par : $V_n = U_n - 1$ est une suite (0,5 pt)

A : géométrique	B : arithmétique	C : ni géométrique et ni arithmétique

2) La suite (T_n) définie par : $T_n = \ln(V_n)$ est une suite (0,5 pt)

A : géométrique	B : arithmétique	C : bornée

3) La suite (W_n) définie par : $W_n = U_{n+1} - U_n$ est une suite (0,5 pt)

A : croissante	B : décroissante	C : non monotone

4) Le terme général de la suite (U_n) est (0,5 pt)

A : $U_n = 1+3^n$	B : $U_n = 2\times3^n$	C : $U_n = 2n+1$

5) La somme $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$ est égale à (0,5 pt)

A : $S_n = \frac{1+3^{n+1}}{2}$	B : $S_n = n+\frac{1}{2}+\frac{3^{n+1}}{2}$	C : $S_n = \frac{1-3^n}{2}$

6) La limite de la suite (U_n) est (0,5 pt)

A : $-\infty$	B : 0	C : $+\infty$

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau suivant en choisissant la bonne réponse.

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse	B	A	A	C	A	C

Exercice 2(5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.

Pour tout nombre complexe z tel que $z \neq -3-2i$ on pose : $f(z) = \frac{z-2-i}{z+3+2i}$.

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2z + 5 = 0$. (1 pt)

2) Calculer le nombre $p = f(1-2i)$ puis l'écrire sous forme algébrique. (1 pt)

3) On considère les points A , B et C d'affixes respectives $z_A = 2+i$, $z_B = -3-2i$ et $z_C = 1+2i$.

a) Placer les points A , B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$. (1 pt)

b) Ecrire le nombre $q = f(z_C)$ sous forme trigonométrique. En déduire la nature du triangle ABC . (0,5 pt)

c) Déterminer et représenter dans le même repère les ensembles des points M du plan d'affixe z dans chacun des cas suivants :

- Γ_1 tel que $|f(z)| = 1$. (0,5 pt)
- Γ_2 tel que $f(z)$ soit imaginaire pur. (0,5 pt)
- Γ_3 tel que $|f(z)-1| = 2\sqrt{34}$. (0,5 pt)

Exercice 3 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x - 2 - 2\ln x$.

1. Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - x)$ et interpréter graphiquement.

2. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

3. Donner l'équation de la tangente T à (C) au point A d'abscisse $x_0 = 1$.

4. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β et que $0,4 < \alpha < 0,5$; $5,3 < \beta < 5,4$. Démontrer que $\alpha^2 e^\beta = \beta^2 e^\alpha$.

5. Soit g la restriction de f sur $I =]0;2[$.

a) Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Calculer $(g^{-1})'(-1)$, (On pourra utiliser la question 3)

6.a) Tracer les courbes (C) et (C') respectivement des fonctions f et g^{-1} dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

b) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solutions de l'équation $2x - 2 - m - 2\ln x = 0$.

7.a) En utilisant une intégration par parties, calculer $\int_1^2 \ln x\,dx$.

b) Calculer l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

Exercice 4 (6 points)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = xe^x - 1$.

1.a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

b) Calculer $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g.

2.a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α . Vérifier que $0,5 < \alpha < 0,6$.

b) Justifier que : si $x \le \alpha$ alors $g(x) \le 0$ et si $x \ge \alpha$ alors $g(x) \ge 0$.

3. Soit f la fonction définie sur $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{e^x - x}{x+1}$.

a) Justifier et interpréter les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

b) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

d) Vérifier que $f(\alpha) = \frac{1-\alpha^2}{\alpha^2+\alpha}$ et donner une valeur approchée de $f(\alpha)$ à 10^{-1} près.

4. Tracer la courbe (C) de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.